UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
Dipl.-Math. Dominik Faas

Übungen zur Vorlesung Funktionalanalysis II

Sommersemester 2007

Blatt 8 Abgabetermin: Donnerstag, 20.06.2007

Aufgabe 32 **(4 Punkte)**
Sei $E = \{f \in C[0,1];\ \operatorname{supp} f \subset (0,1]\}$ versehen mit der Supremumsnorm auf $[0,1]$. Zeigen Sie, dass E bornologisch, aber nicht tonneliert ist.
Hinweis: Die Menge $\{f \in E;\ |f(\frac{1}{n})| \leq \frac{1}{n}$ für alle $n \in \mathbb{N}^*\} \subset E$ ist eine Tonne.

Aufgabe 33 **(4 Punkte)**
Sei E ein bornologischer oder tonnelierter lokalkonvexer Raum und $M \subset E'$ eine Menge stetiger Linearformen auf E, so dass gilt:

Ist $B \subset E$ beschränkt, so ist auch $\{f(x);\ f \in M,\ x \in B\} \subset k$ beschränkt.

Zeigen Sie: Die Menge M ist gleichstetig.

Aufgabe 34 **(2+2=4 Punkte)**
Seien E, F lokalkonvexe Hausdorffräume. Wir schreiben $L_s(E,F)$ für den Raum $L(E,F)$ versehen mit der durch das Halbnormensytem

$$\|T\|_{x,p} = p(Tx) \quad (x \in E,\ p \text{ stetige Halbnorm auf } F)$$

erzeugten Topologie und $L_b(E,F)$ für $L(E,F)$ versehen mit der durch das Halbnormensytem

$$\|T\|_{B,p} = \sup_{x \in B} p(Tx) \quad (B \subset E \text{ beschränkt},\ p \text{ stetige Halbnorm auf } F)$$

erzeugten Topologie. Sei F vollständig. Zeigen Sie:

(a) E tonneliert $\Rightarrow$ $L_s(E,F)$ folgenvollständig.

(b) E bornologisch $\Rightarrow$ $L_b(E,F)$ vollständig.

Aufgabe 35 **(4 Punkte)**
Sei $(E_i)_{i \in I}$ eine Familie lokalkonvexer topologischer Vektorräume. Zeigen Sie:

$$\left(\prod_{i \in I} E_i\right)' \cong \bigoplus_{i \in I} E_i'$$

als Vektorräume.

Diese Übungsblätter können Sie sich auch über unsere Homepage besorgen:

http://www.math.uni-sb.de/~ag-eschmeier/lehre