UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
Dipl.-Math. Kevin Everard

Übungen zur Vorlesung Analysis I

Sommersemester 2013

Blatt 12 Abgabetermin: bis Freitag, 12.07.2013, vor der Vorlesung

---

Aufgabe 1 (2+2=4 Punkte)

Zeigen Sie unter Verwendung des Mittelwertsatzes:

(i) Es gilt $x\cos(x) < \sin(x)$ für alle $x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

(ii) Für alle $x > 0$ ist $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$.

Aufgabe 2 (2+4=6 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf lokale Extrema:

(i) $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{\log(x)}{x}$,

(ii) $g_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^n e^{-x^2}$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Es sei

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1.$$

Bestimmen Sie die lokalen Extrema von h, die (maximalen) Bereiche, in denen h monoton ist sowie

$$\min\{h(x);\ x \in [-3,3]\} \quad \text{und} \quad \max\{h(x);\ x \in [-3,3]\}.$$

Aufgabe 4 (2+2=4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$,

(ii) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x(1 - \cos x)}$.

(bitte wenden)

Aufgabe 5 **(2*+3*=5* Punkte)**

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Zeigen Sie:

(a) Ist f' beschränkt, so ist f gleichmäßig stetig.

(b) Ist $f(0) = 0$ und ist $f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ monoton wachsend, so ist die Funktion

$$g : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{f(x)}{x}$$

monoton wachsend.

Hinweis:

Bitte beachten Sie, dass Sie sich zur Teilnahme an der Hauptklausur am 01.08.2013 bis spätestens zum 24.07.2013 im LSF-Portal (HIS POS) angemeldet haben müssen.

Die Übungsblätter finden Sie auch auf unserer Homepage:

http://www.math.uni-sb.de/ag/eschmeier/lehre/ss13/ana1