UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
Dipl.-Math. Kevin Everard

Übungen zur Vorlesung Analysis I

Sommersemester 2013

Blatt 13 Abgabetermin: bis Freitag, 19.07.2013, vor der Vorlesung

---

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Berechnen Sie für $b > 0$ das Integral $\int_0^b x^3\,dx$ mit Hilfe Riemannscher Summen. Benutzen Sie dazu äquidistante Zerlegungen von $[0, b]$ sowie Aufgabe 2 (ii), Blatt 1.

Aufgabe 2 (2+2=4 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe Riemannscher Summen die Grenzwerte

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k} \quad \text{und} \quad \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+k^2}.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und sei $f : [a, b] \to [0, \infty)$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie:

$$\text{Ist } \int_a^b f(x)\,dx = 0, \text{ so ist } f \equiv 0.$$

Gilt diese Aussage immer noch, wenn man auf die Stetigkeit von f verzichtet und stattdessen nur voraussetzt, dass f integrierbar ist?

Aufgabe 4 (1,5+1,5+1,5+1,5+2*=6+2* Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^\alpha \frac{t}{3t^2+1}\,dt \quad (\alpha > 0)$, (b) $\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$,

(c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2}\,dx$, (d) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\theta \cos^3\theta\,d\theta$,

(e) $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x}+e^{-2x}}{e^x+e^{-x}}\,dx$.

Hinweis:

Bitte beachten Sie, dass Sie sich zur Teilnahme an der Hauptklausur am 01.08.2013 bis spätestens zum 24.07.2013 im LSF-Portal (HIS POS) angemeldet haben müssen.

Die Übungsblätter finden Sie auch auf unserer Homepage:

http://www.math.uni-sb.de/ag/eschmeier/lehre/ss13/ana1