**UNIVERSITÄT DES SAARLANDES**
**FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK**
Dipl. Math. Dominik Faas

# Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2008/2009

---

## Blatt 4

---

**Aufgabe 13** **(3+5+2=10 Punkte)**

Benutzen Sie Satz 2.15 zur Beantwortung der folgenden Fragen:

(a) Sind die Vektoren $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ linear unabhängig?

(b) Für welche Zahlen $x \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$A(x) = \begin{pmatrix} x & -1 & x+2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & x+1 & 4 \end{pmatrix}$$

invertierbar?

(c) Was ist die Determinante von

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 10 & 100 & 1000 \\ 11 & 101 & 1001 \end{pmatrix} ?$$

---

**Aufgabe 14** **(10 Punkte)**

Berechnen Sie mithilfe des Gauß-Algorithmus' (vgl 2.17 und 2.18) die Determinante von

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 & -5 \\ -1 & -2 & 2 & -4 & 4 \\ -1 & 4 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 4 & -3 & 0 \\ -5 & 8 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

---

**Aufgabe 15*** **(5 × 2* =10* Punkte)**

(a) Geben Sie eine $2 \times 2$-Matrix $A$ an, deren zugehörige lineare Abbildung $f_A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ einer Drehung um 60° (gegen den Uhrzeigersinn) entspricht. (Mit anderen Worten: Ist $x \in \mathbb{R}^2$ ein Vektor, so soll $A \cdot x$ der um 60° gedrehte Vektor sein.)

(b) Berechnen Sie die inverse Matrix $A^{-1}$. Wie wirkt die dazu gehörige lineare Abbildung $f_{(A^{-1})}$ auf einen Vektor $x \in \mathbb{R}^2$.

(c) Wie wirkt die Matrix $A^6 = A \cdot A \cdot A \cdot A \cdot A \cdot A$ auf einen Vektor $x \in \mathbb{R}^2$ ? Bestimmen Sie $A^6$, ohne zu rechnen.

(d) Geben Sie weiterhin eine $2 \times 2$-Matrix $B$ an, deren zugehörige lineare Abbildung $f_B : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ einem Vektor $x \in \mathbb{R}^2$ den an der $x_1$-Achse gespiegelten Vektor zuordnet.

(e) Gesucht ist nun schließlich eine $2 \times 2$-Matrix $C$, deren zugehörige lineare Abbildung einem Vektor $x \in \mathbb{R}^2$ den Vektor zuordnet, den man erhält, wenn man $x$ zuerst um 60° gegen den Uhrzeigersinn dreht und dann an der $x_1$-Achse spiegelt. Berechnen Sie $C$ mithilfe von $A$ und $B$.

---

**Aufgabe 16** **(2+3+5=10 Punkte)**

Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

(a) $(2 + 4i) + (1 - 3i)$, $(\frac{1}{2} - \frac{5}{3}i) - (-1 + 2i)$, $5 - (3i - (2 + 2i))$

(b) $(2 - i) \cdot (2 + 3i)$, $i \cdot i \cdot i \cdot i$, $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i) \cdot (1 - i - (4 + 2i))$

(c) $\frac{1+2i}{3-4i}$, $\frac{5-i}{2+i}$, $\frac{1}{i}$.

---

**Abgabe:** Mittwoch, 19.11.2008 in der Pause der Vorlesung