



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2008/2009

Blatt 5

Aufgabe 17 (1+1+3+3+2+2+2*+2* =12 +4* Punkte)
 Seien $u, v, w, z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ gegeben. Ergänzen Sie die folgende Tabelle und zeichnen Sie die vorkommenden Zahlen in ein Koordinatensystem mit reeller und imaginärer Achse ein.

		Argument	Betrag	Realteil	Imaginärteil
	u	$\frac{7}{6}\pi$	$\sqrt{12}$		
	v	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{1}{3}$		
	w			2	2
	z			$-\sqrt{3}$	1
	$u \cdot v$				
	$\frac{w}{z}$				
*	$\frac{1}{v}$				
*	w^8				

Aufgabe 18 (2+2+4+4=12 Punkte)
 Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen über \mathbb{C} :

- | | |
|--|--|
| (a) $z^2 = -\frac{1}{2}i$
(c) $(3 + i)z^2 + (-22 + 6i)z + (25 - 25i) = 0$ | (b) $z^2 - 4z + 29 = 0$
(d) $z^2 - (2\sqrt{3} + 6i)z + 12\sqrt{3}i = 0$ |
|--|--|

Aufgabe 19**(3+6+3=12 Punkte)**

In dieser Aufgabe betrachten wir einige reelle Polynomgleichungen vom Grad ≥ 3 , die über \mathbb{C} gelöst werden können.

(a) Lösen Sie die Gleichung

$$z^4 + 5z^2 - 36 = 0 \quad (z \in \mathbb{C}).$$

Anleitung: Ersetzen Sie zunächst $z^2 = w$. Dann erhalten Sie eine quadratische Gleichung in w , die Sie lösen können. Sie erhalten zwei Lösungen w_1 und w_2 . Durch das Lösen von $z^2 = w_1$ und $z^2 = w_2$ erhalten Sie schließlich (bis zu) 4 Lösungen z_1, \dots, z_4 der ursprünglichen Gleichung. Fassen Sie diese Lösungen in einer Lösungsmenge zusammen.

(b) Lösen Sie die Gleichung

$$z^4 - 2z^2 + 4 = 0 \quad (z \in \mathbb{C}).$$

Verfahren Sie dabei wie in (a).

(c) Lösen Sie die Gleichung

$$z^4 - 9z^3 + 16z^2 + 26z = 0 \quad (z \in \mathbb{C}).$$

Anleitung: Finden Sie durch Probieren zwei reelle Lösungen (versuchen Sie $-2, -1, 0, 1, 2$). Führen Sie dann eine Polynomdivision durch und lösen Sie die verbleibende quadratische Gleichung. Dabei treten dann komplexe Lösungen auf. Fassen Sie alle Lösungen in einer Lösungsmenge zusammen.

Abgabe: Mittwoch, 26.11.2008 in der Pause der Vorlesung