UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Dipl. Math. Dominik Faas

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2008/2009

Blatt 6

Aufgabe 20 **(2+2+2+3+3+3+5=20 Punkte)**

Berechnen Sie alle Eigenwerte der folgenden Matrizen. Bestimmen Sie jeweils zu jedem Eigenwert den Eigenraum (d.h. die Menge der Eigenvektoren).

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -7 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 5 & -5 & 7 \\ -4 & 3 & -5 \\ -7 & 4 & -8 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Alle in dieser Aufgabe vorkommenden Eigenwerte sind ganze Zahlen, deren Betrag kleiner als 10 ist.

Aufgabe 21 **(2+2+4=8 Punkte)**

Bestimmen Sie zu folgenden Matrizen alle Eigenwerte in $\mathbb{C}$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 5 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 5 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 22 **(4+3=7 Punkte)**

Machen Sie sich vor der Lösung dieser Aufgabe nochmals klar, wie man die Determinate einer oberen Dreicksmatrix berechnet.

(a) Geben Sie das charakteristische Polynom der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 7 & \sqrt{2} & -3 & 4 \\ 0 & -5 & 13 & -\frac{12}{57} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$$

an (sie sollen nicht ausmultiplizieren) und bestimmen Sie die Eigenwerte von A.

(b) Was sind generell die Eigenwerte einer oberen Dreiecksmatrix ?

Aufgabe 23* **(3^*+3^*+4^*=10^* Punkte)**

Diese Aufgabe sollen Sie lösen, ohne zu rechnen.

(a) Die zugehörige lineare Abbildung $f_A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ einer 2×2-Matrix A ist die Spiegelung am Ursprung. Bestimmen Sie alle reellen Eigenwerte von A. Geben Sie zu jedem Eigenwert einen Eigenvektor an.

(b) Die zugehörige lineare Abbildung $f_B : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ einer 2×2-Matrix B ist die Drehung um $40°$ gegen den Uhrzeigersinn. Bestimmen Sie alle reellen Eigenwerte von B. Geben Sie zu jedem Eigenwert einen Eigenvektor an.

(c) Die zugehörige lineare Abbildung $f_C : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ einer 2×2-Matrix C ist die Spiegelung an der x_2-Achse. Bestimmen Sie alle reellen Eigenwerte von C. Geben Sie zu jedem Eigenwert einen Eigenvektor an.

Abgabe: Mittwoch, 03.12.2008 in der Pause der Vorlesung