



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2008/2009

Blatt 7

Aufgabe 24

(1+5+5+5* = 11 + 5* Punkte)

- (a) Stellen Sie $n!$ (n -Fakultät) mit dem Produktzeichen dar.
(b) Berechnen Sie:

$$\sum_{i=0}^5 i^2, \quad \sum_{k=-2}^3 \sin\left(\frac{k \cdot \pi}{2}\right), \quad \sum_{l=4}^{1004} 5, \quad \prod_{n=2}^5 \frac{n^2}{n^2 + 2n + 1}, \quad \prod_{m=-1}^3 m^5$$

- (c) Rechnen Sie nach, dass $(k+1)^2 - k^2 = 2k + 1$ für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt. Berechnen Sie damit einen geschlossenen Ausdruck für die Summe

$$\sum_{k=1}^n (2k + 1) \quad (n \in \mathbb{N} \text{ fest}).$$

Hinweis: Dies funktioniert genau wie die Rechnung in Beispiel 5.3.

- (d)* Leiten Sie aus der Formel, die Sie in (b) erhalten haben einen geschlossenen Ausdruck für die Summe

$$\sum_{k=1}^n k \quad (n \in \mathbb{N} \text{ fest})$$

ab.

Aufgabe 25

(3+3+3=9 Punkte)

Betrachten Sie die nachstehenden Folgen. Stellen Sie eine Vermutung auf, was der jeweilige Grenzwert ist (dieser kann in $\mathbb{R}$ liegen, aber auch $\pm\infty$ sein). Beweisen Sie Ihre Vermutung nur unter Benutzung der Definition von Konvergenz (siehe 5.6). Benutzen Sie also insbesondere nicht die Grenzwertsätze.

$$(a) \left(\frac{10}{\sqrt{n}}\right)_{n \geq 1} \quad (b) (n - n^2)_{n \in \mathbb{N}} \quad (c) \left(\frac{-3n + 1}{n + 2}\right)_{n \in \mathbb{N}}$$

Aufgabe 26**(2+2+2+2+3+3+3+3=20 Punkte)**

Bestimmen Sie mit Hilfe der Grenzwertsätze den Grenzwert der nachstehenden Folgen (in $\mathbb{R}$ oder $\pm\infty$). Achtung: Eine der Folgen ist divergent.

- (a) $\left(\frac{4n^3-3n^2+4}{-8n^3+6n}\right)_{n \geq 1}$
- (b) $\left(\frac{\sqrt{n+5}}{\sqrt{n+4}}\right)_{n \in \mathbb{N}}$
- (c) $\left((-1)^n \cdot n^2\right)_{n \in \mathbb{N}}$
- (d) $\left(\frac{-3n^2+2n}{n-2}\right)_{n \geq 3}$
- (e) $\left(\frac{(-1)^n \cdot 12+4}{n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ (Hinweis: Benutzen Sie den Einschachtelungssatz 5.10.)
- (f) $\left(-\frac{3^n}{n^3+7}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ (Benutzen Sie Satz 5.12.)
- (g) $\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)_{n \in \mathbb{N}}$ (Hinweis: Erweitern Sie geschickt.)
- (h) $\left(\frac{n!}{n^n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ (Hinweis: Benutzen Sie den Einschachtelungssatz 5.10.)
-

Hinweise:

- Die Probeklausur findet am Freitag, dem 19.12.2008 zwischen 16:00 (st) und 18:00 Uhr im Hörsaal I der Mathematik (Gebäude E2 4) statt.
- Sie dürfen bei dieser Klausur ein handbeschriebenes DIN A4 Blatt benutzen. Sonst sind keine Hilfsmittel zugelassen (insbesondere KEIN Taschenrechner).
- Bei der Probeklausur sind maximal 60 Punkte erreichbar. Falls Sie mehr als 30 Punkte erreichen, werden Ihnen ein (abgerundetes) Drittel der über 30 hinaus erzielten Punkte für die Hauptklausur gutgeschrieben.
Beispiel: Falls Sie 44 Punkte erreichen, nehmen Sie $\frac{44-30}{3} \approx 4$ Punkte mit in die Hauptklausur.

Abgabe: Mittwoch, 10.12.2008 in der Pause der Vorlesung