



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I  
Wintersemester 2011/2012

Blatt 12

Abgabetermin: Freitag, 27.01.2012

**Aufgabe 46**

(1+1+2+2=6 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{\sin(x)}$ ,
- (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right)$ ,
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + x^2) - x}{x^2}$ ,
- (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos(x) + e^x + e^{-x} - 4}{x^4}$ .

**Aufgabe 47**

(4 Punkte)

Es soll eine zylindrische Dose mit Volumen  $V$  hergestellt werden. Welche Höhe  $h$  und welchen Durchmesser  $d$  muss die Dose haben, wenn möglichst wenig Material verbraucht werden soll?

**Aufgabe 48**

(2+2=4 Punkte)

Diskutieren Sie die folgenden Funktionen, d.h. bestimmen Sie den Definitionsbereich, alle Nullstellen, lokalen Minima und Maxima, Wendepunkte sowie das asymptotische Verhalten. Fertigen Sie jeweils eine Skizze an:

- (a)  $f_1(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ ,
- (b)  $f_2(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ .

**Aufgabe 49\***

(2\*+2\*=4\* Punkte)

Zeigen Sie

- (a)\*  $\ln(x) \leq x - 1$  für alle  $x \in (0, \infty)$ ,
- (b)\*  $1 + x \leq e^x$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 50\***

(4\* Punkte)

Sei  $D \subset \mathbb{R}$  und seien  $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$   $n$ -mal differenzierbar. Zeigen Sie, dass

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}.$$

(bitte wenden)

**Hinweise:**

Neben den bereits bekannten Zulassungsbedingungen ist für die Hauptklausur eine Anmeldung über das HISPOS-System verpflichtend. Diese kann bis zwei Wochen vor der Hauptklausur vorgenommen und/oder widerrufen werden.

Als **einziges** Hilfsmittel ist bei den Klausuren ein handbeschriebenes DIN A4-Blatt, Vorder- und Rückseite, erlaubt. Darüber hinausgehende Hilfsmittel, insbesondere Vorlesungsmitschriften, Bücher oder Taschenrechner, sind nicht erlaubt.

---