UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
Dipl.-Math. Michael Wernet

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Wintersemester 2011/2012

Blatt 12 Abgabetermin: Freitag, 27.01.2012

Aufgabe 46 **(1+1+2+2=6 Punkte)**

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

$$(a)\quad \lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^2}-1}{\sin(x)},$$
$$(b)\quad \lim_{x\to\infty} x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right),$$
$$(c)\quad \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x+x^2)-x}{x^2},$$
$$(d)\quad \lim_{x\to 0} \frac{2\cos(x)+e^x+e^{-x}-4}{x^4}.$$

Aufgabe 47 **(4 Punkte)**

Es soll eine zylindrische Dose mit Volumen V hergestellt werden. Welche Höhe h und welchen Durchmesser d muss die Dose haben, wenn möglichst wenig Material verbraucht werden soll?

Aufgabe 48 **(2+2=4 Punkte)**

Diskutieren Sie die folgenden Funktionen, d.h. bestimmen Sie den Definitionsbereich, alle Nullstellen, lokalen Minima und Maxima, Wendepunkte sowie das asymptotische Verhalten. Fertigen Sie jeweils eine Skizze an:

$$(a)\quad f_1(x) = x^3 - 6x^2 + 5,$$
$$(b)\quad f_2(x) = xe^{\frac{1}{x}}.$$

Aufgabe 49* **(2^*+2^*=4^* Punkte)**

Zeigen Sie

$$(a)^*\quad \ln(x) \le x-1 \quad \text{für alle } x\in(0,\infty),$$
$$(b)^*\quad 1+x \le e^x \quad \text{für alle } x\in\mathbb{R}.$$

Aufgabe 50* **(4^* Punkte)**

Sei $D\subset\mathbb{R}$ und seien $f,g : D\to\mathbb{R}$ n-mal differenzierbar. Zeigen Sie, dass

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} f^{(k)}g^{(n-k)}.$$

(bitte wenden)

Hinweise:

Neben den bereits bekannten Zulassungsbedingungen ist für die Hauptklausur eine Anmeldung über das HISPOS-System verpflichtend. Diese kann bis zwei Wochen vor der Hauptklausur vorgenommen und/oder widerrufen werden.

Als **einziges** Hilfsmittel ist bei den Klausuren ein handbeschriebenes DIN A4-Blatt, Vorder- und Rückseite, erlaubt. Darüber hinausgehende Hilfsmittel, insbesondere Vorlesungsmitschriften, Bücher oder Taschenrechner, sind nicht erlaubt.