UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
Dipl.-Math. Michael Wernet

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Wintersemester 2011/2012

Blatt 13 Abgabetermin: Freitag, 03.02.2012

Aufgabe 51 **(2+2+2*=4+2* Punkte)**

Gegeben sei die Funktion $f :]-1, \infty[\to \mathbb{R},\ f(x) = \ln(1+x)$.

(a) Bestimmen Sie die Taylorreihe von f im Punkt $x = 0$.

(b) In welchen Punkten $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe aus Teil (a)?

(c)* Sei R der Konvergenzradius der Taylorreihe aus Teil (a). Konvergiert die Reihe auf dem Intervall $]-R, R[$ gegen f?

Aufgabe 52 **(4 Punkte)**

Berechnen Sie

$$\frac{d^{2008}}{dx^{2008}} \left(\frac{1}{1+x^2} \right) \Bigg|_{x=0} .$$

Aufgabe 53 **(4 Punkte)**

Sei $a > 0$. Berechnen Sie das Integral $\int_0^a x^3 dx$ mit Hilfe von Riemannschen Summen bezüglich der äquidistanten Teilungen $T = \left(\frac{ia}{n}\right)_{i=0}^n$.

(*Hinweis: Übungsblatt 1.*)

Aufgabe 54* **(4* Punkte)**

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ für $x \neq 0$ und $f(0) = 0$. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ ein Polynom p_n existiert mit

$$f^{(n)}(x) = p_n\left(\frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x^2}} \qquad \text{für alle } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

und dass $f^{(n)}(0) = 0$ ist.

Aufgabe 55* **(4* Punkte)**

Seien $a, c \in \mathbb{R}_{>0}$. Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^a c^x dx$$

mit Hilfe der äquidistanten Teilungen $T = \left(\frac{ia}{n}\right)_{i=0}^n$.

(*Hinweis: Satz 1.9.*)

(bitte wenden)

Hinweise:

Neben den bereits bekannten Zulassungsbedingungen ist für die Hauptklausur eine Anmeldung über das HISPOS-System verpflichtend. Diese kann bis zwei Wochen vor der Hauptklausur vorgenommen und/oder widerrufen werden.

Als **einziges** Hilfsmittel ist bei den Klausuren ein handbeschriebenes DIN A4-Blatt, Vorder- und Rückseite, erlaubt. Darüber hinausgehende Hilfsmittel, insbesondere Vorlesungsmitschriften, Bücher oder Taschenrechner, sind nicht erlaubt.