



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I
Wintersemester 2011/2012

Blatt 3

Abgabetermin: Freitag, 11.11.2011

Aufgabe 9

(4 Punkte)

Seien $a = 2695$ und $b = 2387$. Berechnen Sie (ohne Computer!) den größten gemeinsamen Teiler d von a und b und geben Sie Bézoutkoeffizienten u und v an, d.h. ganze Zahlen mit $ua + vb = d$.

Aufgabe 10

(4 Punkte)

Zeigen Sie, dass es in einer Menge aus $n + 1$ ganzen Zahlen immer zwei verschiedene Zahlen gibt, deren Differenz durch n teilbar ist.

Aufgabe 11

(4 Punkte)

Zeigen Sie direkt (ohne Induktion), dass $n^3 - n$ für alle ganzen Zahlen n durch 3 teilbar ist. Ist $n^3 - n$ auch immer durch 6 teilbar?

Aufgabe 12

(2+2+2+2*=6+2* Punkte)

Sei $M = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

(a) Zeigen Sie, dass durch

$$(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$$

eine Äquivalenzrelation auf M definiert wird.

(b) Bestimmen Sie die Äquivalenzklassen von $(2, 2)$ und von $(3, 1)$.

(c) Auf M / \sim definiert man eine Addition durch

$$[(a, b)] + [(c, d)] = [(a + c, b + d)].$$

Beweisen Sie die Wohldefiniertheit dieser Addition.

(d)* Zeigen Sie, dass es eine bijektive Abbildung $\varphi : \mathbb{Z} \rightarrow M / \sim$ gibt, mit

$$\varphi(m + n) = \varphi(m) + \varphi(n)$$

für alle $m, n \in \mathbb{Z}$.

Hinweis:

Die mit * versehenen Aufgaben sind Zusatzaufgaben, d.h. Sie gehen nicht in die Berechnung der möglichen Gesamtpunkte ein.
