



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I
Wintersemester 2011/2012

Blatt 7

Abgabetermin: Freitag, 09.12.2011

Aufgabe 25

(2+2=4 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie im Falle der Konvergenz den Grenzwert:

$$(a) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{4^{n+1}},$$
$$(b) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1}.$$

(Hinweis: Schreiben Sie $\frac{2}{n^2-1}$ als Differenz einfacherer Brüche.)

Aufgabe 26

(1+2+2+2=7 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren:

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 3n + 7}{5n - 4n^2},$$
$$(b) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{2^n},$$
$$(c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^{2n}}{(3n-1)!},$$
$$(d) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

Aufgabe 27

(2+2+3*=4+3* Punkte)

(a) Stellen Sie mit Hilfer der geometrischen Reihe die folgenden reellen Zahlen als Brüche dar:

$$(i) \quad x = 4,82\overline{3},$$
$$(ii) \quad y = 5,42\overline{731}.$$

(b)* Zeigen Sie, dass für $a_1, \dots, a_r \in \{0, \dots, 9\}$ die Darstellung

$$0, \overline{a_1 a_2 \dots a_r} = \frac{a_1 a_2 \dots a_r}{99 \dots 9}$$

gilt. Dabei sei die Anzahl der Ziffern im Nenner gleich der Anzahl der Ziffern im Zähler.

(Hinweis: $(a_1 10^{-1} + \dots + a_r 10^{-r}) + (a_1 10^{-(r+1)} + \dots + a_r 10^{-2r}) + \dots = (a_1 10^{-1} + \dots + a_r 10^{-r}) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10^r}\right)^k$.)

(bitte wenden)

Aufgabe 28***(2*+2*=4* Punkte)**

(a)* Seien $b \in \mathbb{Z}_{\geq 2}$ und $a \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$. Konstruieren Sie rekursiv natürliche Zahlen $n_1 > n_2 > \dots > n_{N+1} = 0$ und Ziffern $a_0, \dots, a_N \in \{0, \dots, b-1\}$ so, dass für alle $k = 1, \dots, N+1$ die Darstellung

$$a = n_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b^1 + a_0$$

gilt. Dividieren Sie dazu im Rekursionsschritt die Zahl n_k durch b mit Rest. Die gefundene b -adische Darstellung von a schreibt man auch in der Form

$$a = (a_N a_{N-1} \dots a_0)_b = \sum_{k=0}^N a_k b^k.$$

(b)* Bestimmen Sie mit dem Divisionsalgorithmus aus Teil (a) die 5-adische Entwicklung der Zahl 1151.

Hinweise:

Es gibt keine Zulassungsbeschränkung für die Zwischenklausur. Die Teilnahme an der Zwischenklausur ist eine notwendige Bedingung zur Erfüllung der Scheinmodalitäten. Die Anmeldung erfolgt in den beiden kommenden Wochen in den Übungsgruppen.

Neben den bereits bekannten Zulassungsbedingungen ist für die Hauptklausur eine Anmeldung über das HISPOS-System verpflichtend. Diese kann bis zwei Wochen vor der Hauptklausur vorgenommen und/oder widerrufen werden.

Als **einziges** Hilfsmittel ist bei den Klausuren ein handbeschriebenes DIN A4-Blatt, Vorder- und Rückseite, erlaubt. Darüber hinausgehende Hilfsmittel, insbesondere Vorlesungsmitschriften, Bücher oder Taschenrechner, sind nicht erlaubt.
