UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Dipl.-Math. Kevin Everard

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2013/14

Blatt 3 Abgabetermin: bis Freitag, den 08.11.2013, 12 Uhr

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Bestimmen Sie für jeden möglichen Wert $a \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems. Machen Sie dabei eine Fallunterscheidung, wenn es notwendig ist.

$$\begin{aligned} -ax_1 - x_2 + (a-1)x_3 &= 0 \\ 2ax_1 + (a+3)x_2 + 3x_3 &= 0 \\ ax_1 + x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Bestimmen Sie für jeden möglichen Wert $t \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems. Machen Sie dabei eine Fallunterscheidung, wenn es notwendig ist.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & t & -3t+2 & -t+1 \\ -2 & -t & 3t-3 & t-2 \\ -4 & -3t & t^2+5t-4 & -t^2+4t-4 \end{array}\right)$$

Aufgabe 3 (4+2=6 Punkte)

Gegeben Sei das lineare Gleichungssystem

$$\left(\begin{array}{cc|c} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & \lambda \end{array}\right)$$

mit Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$.

(a) Bestimmen Sie für jeden möglichen Wert $\lambda \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems. Machen Sie dabei eine Fallunterscheidung, wenn es notwendig ist.

(b) Entscheiden Sie in Abhängigkeit des Parameters λ, ob die folgenden Vektoren das gegebene LGS lösen:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

(bitte wenden)

Aufgabe 4 **(2*+2*+1*=5* Punkte)**

Gegeben sei ein lineares Gleichungssystem $(A|b)$ mit einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und einem Vektor $b \in \mathbb{R}^m$ wie in Definition 1.6 der Vorlesung. Zeigen Sie:

(a) Ist der Vektor $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ eine Lösung von $(A|b)$, so ist für jedes $t \in \mathbb{R}$ der Vektor $tx = \begin{pmatrix} tx_1 \\ \vdots \\ tx_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ eine Lösung des linearen Gleichungssystems $(A|tb)$.

(b) Sind $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ und $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ Lösungen von $(A|b)$, so ist für jedes $t \in \mathbb{R}$ mit $0 < t < 1$ auch $tx + (1-t)y$ eine Lösung von $(A|b)$.

(c) Hat das lineare Gleichungssystem $(A|b)$ zwei (verschiedene) Lösungen, so hat es unendlich viele Lösungen.