



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2013/14

Blatt 6

Abgabetermin: bis Freitag, den 29.11.2013, 12 Uhr

Aufgabe 1

(2+3+1=6 Punkte)

Benutzen Sie Satz 2.17 der Vorlesung zur Beantwortung der folgenden Fragen:

(a) Sind die Vektoren

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

linear unabhängig?

(b) Für welche Zahlen $x \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$A(x) = \begin{pmatrix} x & -1 & x+2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & x+1 & 4 \end{pmatrix}$$

invertierbar und für welche nicht?

(c) Was ist die Determinante von

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 10 & 100 & 1000 \\ 11 & 101 & 1001 \end{pmatrix} ?$$

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 & -5 \\ -1 & -2 & 2 & -4 & 4 \\ -1 & 4 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 4 & -3 & 0 \\ -5 & 8 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(bitte wenden)

Aufgabe 3**(3 Punkte)**

Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

indem Sie nach einer geeigneten Zeile oder Spalte entwickeln.

Aufgabe 4**(4 Punkte)**

Sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig. Benutzen Sie die Cramersche Regel, um die linearen Gleichungssysteme

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cc|c} a & -1 & 1 \\ 1 & a & 0 \end{array} \right) \quad \text{und} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -5 & -3 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 1 \\ -3 & -5 & -4 & 2 \end{array} \right)$$

zu lösen.

Aufgabe 5***(4* Punkte)**

Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ beliebig. Zeigen Sie:

$$\det \begin{pmatrix} a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 & (d+1)^2 \\ (a+2)^2 & (b+2)^2 & (c+2)^2 & (d+2)^2 \\ (a+3)^2 & (b+3)^2 & (c+3)^2 & (d+3)^2 \end{pmatrix} = 0.$$
