



Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2013/14

Blatt 8

Abgabetermin: bis Freitag, den 13.12.2013, 12 Uhr

Aufgabe 1

(0,5+0,5+0,5+0,5+1+1=4 Punkte)

- (a) Die komplexe Zahl $u \in \mathbb{C}$ hat den Betrag $\sqrt{12}$ und das Argument $\frac{7\pi}{6}$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von u .
- (b) Die komplexe Zahl $v \in \mathbb{C}$ hat den Betrag $\frac{1}{3}$ und das Argument $\frac{\pi}{2}$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von v .
- (c) Die komplexe Zahl $w \in \mathbb{C}$ hat den Realteil 2 und den Imaginärteil 2. Bestimmen Sie den Betrag und das Argument von w .
- (d) Die komplexe Zahl $z \in \mathbb{C}$ hat den Realteil $-\sqrt{3}$ und den Imaginärteil 1. Bestimmen Sie den Betrag und das Argument von z .
- (e) Bestimmen Sie Argument und Betrag sowie Real- und Imaginärteil von $u \cdot v$.
- (f) Bestimmen Sie Argument und Betrag sowie Real- und Imaginärteil von w^8 .

Aufgabe 2

(1+1+2+2=6 Punkte)

Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen über $\mathbb{C}$:

- (a) $z^2 = -\frac{1}{2}i$ (b) $z^2 - 4z + 29 = 0$
- (c) $(3+i)z^2 + (-22+6i)z + 25 = 25i$ (d) $z^2 - (2\sqrt{3}+6i)z + 12\sqrt{3}i$

Aufgabe 3

(1+1+3=5 Punkte)

Bestimmen Sie zu folgenden Matrizen alle Eigenwerte in $\mathbb{C}$. Bestimmen Sie für die Matrix C zusätzlich die Menge aller zugehörigen Eigenvektoren.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 5 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

(bitte wenden)

Aufgabe 4**(4 Punkte)**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung $z^4 - 2z^2 + 4 = 0$.

(Hinweis: Ersetzen Sie zunächst $z^2 = w$. Dann erhalten Sie eine quadratische Gleichung in w , die Sie lösen können. Sind w_1 und w_2 die beiden Lösungen, so liefern die beiden quadratischen Gleichungen $z^2 = w_1$ und $z^2 = w_2$ schließlich insgesamt bis zu 4 Lösungen der ursprünglichen Gleichung.)

Aufgabe 5***(2* Punkte)**

Zeigen Sie: Ist $\lambda \in \mathbb{C}$ Eigenwert einer Matrix $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, so ist λ^2 Eigenwert von A^2 .
