UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Dr. Kevin Everard

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2013/14

Blatt 14 Abgabetermin: -

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^1 (3\sqrt{x} - 2x^5)\,dx,$

(b) $\displaystyle\int_0^1 10e^{-5x}\,dx,$

(c) $\displaystyle\int \frac{4t-8}{t^2-4}\,dt,$

(d) $\displaystyle\int_4^{25} \sqrt{\frac{1}{x^3}}\,dx.$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int t\sqrt{3t-1}\,dt,$ (*Hinweis: Integrieren Sie partiell.*)

(b) $\displaystyle\int \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)}^5}\,dx,$ (*Hinweis: Substituieren Sie $u(x) = \sin(x)$.*)

(c) $\displaystyle\int_1^e \frac{\log(x)}{x}\,dx,$ (*Hinweis: Substituieren Sie $u(x) = \log(x)$.*)

(d) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^\theta \sin(\theta)\,d\theta.$ (*Hinweis: Intergrieren Sie zweimal partiell.*)

Aufgabe 3

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine ungerade stetige Funktion. Zeigen Sie, dass für jede positive Zahl $\alpha > 0$ gilt

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx = 0$$

(*Hinweis: Schreiben Sie $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx = \int_{-\alpha}^{0} f(x)\,dx + \int_0^{\alpha} f(x)\,dx$ und verwenden Sie beim ersten Summanden die Substitutionsregel mit $u(x) = -x$.*)

(bitte wenden)

Sei $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$. Eine stetige Funktion $f : [a, b) \to \mathbb{R}$ (die im Punkt b nicht definiert ist) heißt uneigentlich integrierbar, *falls der Grenzwert*

$$\lim_{R \to b} \int_a^R f(x)\, dx$$

existiert. In diesem Falle schreiben wir $\int_a^b f(x)\, dx = \lim_{R \to b} \int_a^R f(x)\, dx$. Analog definiert man $\int_a^b g(x)\, dx$ für $a \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$, $b \in \mathbb{R}$ und eine stetige Funktion $g : (a, b] \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 4

Überprüfen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren, und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Wert:

(a) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{x^2}\, dx$,

(b) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$,

(c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^2}\, dx$,

(d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$.