UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Dr. Kevin Everard

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2013/14

Blatt 15 Abgabetermin: -

Aufgabe 1

Bestimmen Sie eine Lösung zu den folgenden Anfangswertproblemen und ein maximales Intervall für den zugehörigen Definitionsbereich.

(a) $y'(t) = -\frac{1+y^2(t)}{ty(t)}, \quad y(1) = 2,$

(b) $y'(t) = -\frac{1+y^2(t)}{ty(t)}, \quad y(-1) = -2,$

(c) $y'(t) = e^{y(t)} \cdot \sin(x), \quad y(\pi) = -\log(2), \quad \text{mit } x \in [0, 2\pi).$

(*Hinweis: Verwenden Sie in allen Aufgabenteilen das Verfahren der Trennung der Variablen.*)

Aufgabe 2

Entscheiden Sie in allen Aufgabenteilen ob getrennte Variablen vorliegen, welche linear (erster Ordnung), welche homogen, welche inhomogen sind.

(a) Bestimmen Sie zunächst alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y'(t) = (2t-5) \cdot y(t).$$

Finden Sie anschließend die Lösung mit $y(3) = 1$.

(b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$(*) \quad y'(t) = \frac{t}{t^2+4} \cdot y(t).$$

(c) Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung

$$(\star) \quad y'(t) = \frac{t}{t^2+4} \cdot y(t) + t.$$

Geben Sie dann mit Hilfe von (b) alle Lösungen von $(\star)$ an und bestimmen Sie die Lösung von $(\star)$ mit $y(\sqrt{5}) = 18$.

Aufgabe 3

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(t) + 2y(t) = e^{-2t}, \quad y(\log(2)) = \log(2).$$

Bestimmen Sie zunächst alle Lösungen der zugehörigen homogenen DGL und anschließend eine spezielle Lösung der inhomogenen DGL. Dann können Sie alle Lösungen der inhomogenen DGL angeben und schließlich die Lösung finden, die der Anfangsbedingung genügt.
