UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
M. Sc. Sebastian Langendörfer
M. Sc. Dominik Schillo

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2016/17

Blatt 3 Abgabetermin: 16.12.2016, 12 Uhr

Aufgabe 1 (3+7=10 Punkte)

Bestimmen Sie zu den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

jeweils die inverse Matrix mit Hilfe des Gauß-Algorithmus.

Aufgabe 2 (3+(2+5)=10 Punkte)

(i) Entscheiden Sie mit Hilfe der Determinante für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ die Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha - 1 & -1 & \alpha + 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & \alpha & 4 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist.

(ii) Seien

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 3 & \frac{3}{16} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie die Determinante von A mit Hilfe des Laplace'schen Entwicklungssatzes. (*Hinweis : Die Determinante einer 1×1-Matrix ist ihr Eintrag, d.h. für $A = (a)$ gilt* $\det(A) = a$.)

(b) Berechnen Sie die Determinante von B. Benutzen Sie den Laplace'schen Entwicklungssatz für 4×4- und 3×3-Matrizen.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Determinante von

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & -5 \\ -1 & -3 & -2 & -4 & 4 \\ -1 & 3 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 5 & -1 & -5 \\ -5 & 3 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

(bitte wenden)

Aufgabe 4 **(6+4=10 Punkte)**

Betrachtet werden die folgenden linearen Abbildungen

$$f_A \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix}$$

und

$$f_B \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_2 + 2x_3 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}.$$

(i) Geben Sie die Matrizen A und B an, mit denen sich diese Abbildungen beschreiben lassen. Sind die Matrizen A bzw. B invertierbar? Haben die entsprechenden homogenen LGS $Ax = 0$ bzw. $Bx = 0$ eine eindeutige Lösung?

(ii) Gegeben sind zusätzlich die Vektoren

$$c = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ und } d = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sind die Gleichungen $Ax = c$, $Ax = d$, $Bx = c$ und $Bx = d$ lösbar, und wenn ja, wie viele Lösungen besitzen sie?

(*Hinweis : Sie brauchen die Lösung(en) nicht in allen Fällen explizit zu berechnen.*)

Die Übungsblätter finden Sie auch auf unserer Homepage:

http://www.math.uni-sb.de/ag/eschmeier/lehre/ws1617/mfb