



Analysis 1 (WiSe 2016/17)  
1. Übungsblatt

---

**Aufgabe 1** (3+4+3=10P)

- a) Es sei  $A$  die Menge aller natürlichen Zahlen, die bei Division durch 4 den Rest 1 lassen und  $B$  die Menge aller Quadratzahlen.
- (i) Beschreiben Sie die Mengen  $A$  und  $B$  durch Auflisten ihrer Elemente sowie durch eine Aussageform.
  - (ii) Bestimmen Sie die Schnittmengen  $A \cap B$  und  $(\mathbb{N} - A) \cap B$ .
- b) Es seien nun  $C$  die Menge aller ungeraden Zahlen,  $A$  und  $B$  wie in Teil a). Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie!
- (i)  $A \subset C$ ,
  - (ii)  $484 \notin B - C$ ,
  - (iii)  $B \cap C \subset A$ ,
  - (iv)  $\{\{1\}, \{3, 5\}\} \cap C \neq \emptyset$ .
- c) Es sei nun  $D := \{0\}$ . Bestimmen Sie die Potenzmenge  $\mathcal{P}(D)$  sowie die Potenzmenge der Potenzmenge von  $D$ ,  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(D))$ .

**Aufgabe 2** (2+2+3+3=10P) Es seien  $A, B, C$  Teilmengen einer Menge  $X$ . Man zeige:

- a)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,
- b)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ,
- c)  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$ ,
- d)  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ .

*Hinweis:* Oftmals ist es hilfreich, sich den Sachverhalt zunächst an einem Mengendiagramm zu veranschaulichen. **Dies ersetzt jedoch keinen Beweis!**

Bitte wenden!

### Aufgabe 3 (5+5=10P)

a) Bilden Sie die Negation der folgenden Aussagen:

- (i) Alle schwarzen Katzen haben mindestens neun Leben.
- (ii) Es gibt nämlich keine schwarze Katze mit acht Leben und eine schwarze Katze hat mehr Leben als keine schwarze Katze und damit folgt die Behauptung.
- (iii) In jedem Semester gibt es in jeder Übungsgruppe mindestens einen Studenten, der nicht davon überzeugt ist, dass dieses Argument nicht falsch ist.

b) Schreiben Sie die folgenden Aussagen in Worten und geben Sie jeweils an, ob es sich um eine wahre oder um eine falsche Aussage handelt:

- (i)  $\exists n_0 \in \mathbb{N} \forall k \in \mathbb{N} : k \leq n_0$ ,
- (ii)  $\forall n_0 \in \mathbb{N} \exists k \in \mathbb{N} : k > n_0$ ,
- (iii)  $\exists M \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \forall k \in \mathbb{N} : k \notin M$ .

**Aufgabe 4** (4+3+3=10P) Es seien  $X_m$ ,  $m \in \mathbb{N}$  irgendwelche Mengen. Zeigen Sie:

- a)  $\bigcup_{n=1}^{\infty} \left( \bigcap_{m=1}^n X_m \right) = X_1 = \bigcap_{n=1}^{\infty} \left( \bigcup_{m=1}^n X_m \right)$ .
- b)  $\bigcap_{n=1}^{\infty} \left( \bigcup_{m=n}^{\infty} X_m \right) = \{x : x \in X_m \text{ für unendlich viele } m \in \mathbb{N}\}$ .
- c)  $\bigcup_{n=1}^{\infty} \left( \bigcap_{m=n}^{\infty} X_m \right) = \{x : x \notin X_m \text{ für höchstens endlich viele } m \in \mathbb{N}\}$ .