Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Prof. Dr. Martin Fuchs
Jan Müller, M.Sc.

Analysis 1 (WiSe 2016/17)
13. Übungsblatt

Aufgabe 1 (3×4=12P)
Bestimmen Sie jeweils alle Punkte $x \in \mathbb{R}$, an denen die angegebenen Funktionen differenzierbar sind.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \dfrac{x+1}{|x-1|+1}$,

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \max\{x^2-1, 0\} + 2\min\{|x|-1, 0\}$,

c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto |x|\big(\cos(x) - 1\big)$.

Aufgabe 2 (9P) Es sei $n \in \mathbb{N}$, $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : I \to \mathbb{R}$ auf I n-mal differenzierbar. Zeigen Sie:

$$f^{(n)}(x) = 0 \text{ für alle } x \in I \iff \begin{cases} f \text{ ist eine Polynomfunktion von Grad} < n, \text{ d.h.} \\ f(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0 \\ \text{für irgendwelche } a_0, \ldots, a_{n-1} \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

(*Hinweis:* Verwenden Sie vollständige Induktion nach n. Benutzen Sie für den Induktionsanfang den Mittelwertsatz.)

Aufgabe 3 (9P) Beweisen Sie:

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos(x) \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}.$$

(*Hinweis:* Argumentieren Sie indirekt und verwenden Sie den Mittelwertsatz.)

Aufgabe 4 (10P) Es sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig und zweimal differenzierbar mit $f''(x) \geq 0$ für alle $x \in (a,b)$. Zeigen Sie:

$$\sup_{x \in (a,b)} f(x) \leq \max\{f(a), f(b)\},$$

d.h. f nimmt sein Maximum auf dem Rand des Intervalls $[a,b]$ an.

Abgabe: **Bis Mittwoch, den 08. Februar** 12:00 Uhr in den Briefkästen neben Raum U.39 in Geb. E 2.5.