Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Prof. Dr. Martin Fuchs
Jan Müller, M.Sc.

Analysis 3 (WS 2017/18)
1. Übungsblatt

Aufgabe 1 (2+3+5=10P)

Betrachten Sie die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\quad (x,y)\mapsto\begin{cases} xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{wenn } (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & \text{wenn } (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

a) Bestimmen Sie die ersten partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$ von f auf $\mathbb{R}-\{0\}$.

b) Zeigen Sie, dass die ersten partiellen Ableitungen von f im Punkt $(0,0)$ stetig sind. (*Hinweis:* Gehen Sie zu Polarkoordinaten $x=r\cos\phi$, $y=r\sin\phi$ über.)

c) Prüfen Sie, ob f im Punkt $(0,0)$ zweimal total differenzierbar ist.

Aufgabe 2 (3+7=10P)

a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\quad f(x,y)=x^2+xy+y^2+x+y+1$$

auf $\mathbb{R}^2$.

b) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von

$$g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\quad g(x,y)=x^3y^2(1-x-y),$$

die auf der x-Achse liegen.

Aufgabe 3 (10P)

Entwickeln Sie die Funktion $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=x\exp(x-y)$ im Punkt $(0,0)$ nach dem Satz von Taylor bis zur zweiten Ordnung und geben Sie das Restglied dritter Ordnung in *Integraldarstellung* an.

Aufgabe 4 (10P)

Es sei $U\subset\mathbb{R}^n$ eine beschränkte offene Menge. Die Funktion $f:\overline{U}\to\mathbb{R}$ sei stetig auf $\overline{U}$ und zweimal stetig partiell differenzierbar auf U. Ferner erfülle f auf U die sog. *Laplace-Gleichung*,

$$\Delta f(x_1,...,x_n)=\sum_{i=1}^n\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}(x_1,...,x_n)=0\quad\forall(x_1,...,x_n)\in U.$$

Zeigen Sie, dass dann die Funktion $g:\overline{U}\to\mathbb{R}$, $g(x_1,...,x_n):=f(x_1,...,x_n)+x_1^2+...+x_n^2$ ihr Maximum auf dem Rand ∂U annimmt.

Abgabe: Bis **Donnerstag, den 2. November** 12:00 Uhr in den Briefkästen in Geb. E 2.5.