Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. Darya Apushkinskaya

Differentialgeometrie II (Flächentheorie) WS 2013/2014
Blatt 2

Aufgabe 3.1 (5 Punkte)

Seien Ω uns $\widetilde{\Omega}$ offene Mengen in $\mathbb{R}^2$, $X : \Omega \to \mathbb{R}^3$ eine reguläre parametrisierte Fläche und $\varphi : \widetilde{\Omega} \to \Omega$ eine orientierungshaltende Parametertransformation.

Zeigen Sie: Für alle $(\widetilde{u}, \widetilde{v}) \in \widetilde{\Omega}$ und alle $U, V \in T_{(\widetilde{u},\widetilde{v})}\widetilde{X}$ ist

$$\widetilde{II}^{T\widetilde{X}}_{(\widetilde{u},\widetilde{v})}(U, V) = II^{TX}_{\varphi(\widetilde{u},\widetilde{v})}(U, V)$$

wo $\widetilde{II}$ die Zweite Fundamentalform der umparametrisierten Fläche $\widetilde{X} := X \circ \varphi$ bezeichnet.

Aufgabe 3.2 (3+2+5=10 Punkte)

Berechnen Sie die Fundamentalmatrizen der Ersten und Zweiten Fundamentalform folgender Flächen, die durch die Abbildungen $X : \Omega \to \mathbb{R}^3$ beschrieben werden ($\Omega \subset \mathbb{R}^2$ offen).

(a) Für $\Omega := [0, \pi) \times [0, h]$ sei

$$X(u, v) := (\cos(u), \sin(u), v)\,.$$

(b) Für $\Omega := (0, \infty) \times \mathbb{R}$ sei

$$X(u, v) := (\exp(-u)\cos(u), \exp(-u)\sin(u), v)\,.$$

(Bitte wenden)

Aufgabe 3.3 (5+5=10 Punkte)

Bestimmen Sie zu folgenden Flächen X die Weingarten-Abbildung.

(a) X ist ein senkrechter Kreiszylinder.

(b) X ist ein senkrechter (doppelter) Kreiskegel mit Spitze im Ursprung.

(*Hinweis:* Benutzen Sie die Tatsache, dass das Bild des Differentials der Gauß-Abbildung einer Fläche stets in der Tangentialebene der Fläche enthalten ist. Bestimmen Sie damit die Koeffizienten der Darstellungsmatrix der Weingarten-Abbildung.)

Abgabe: Mittwoch 13.11.13, vor der Vorlesung in dem Briefkasten in Gebäude E2 5