Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. Darya Apushkinskaya

Differentialgeometrie I (Kurventheorie) (SS 2013)
Blatt 1

Aufgabe 1.1. (5+7=12 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Menge $\mathcal{A} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 - y^2\}$ eine reguläre Fläche ist, und prüfen nach, dass durch (i) and (ii) Parametrisierungen von $\mathcal{A}$ gegeben sind:

(i) $X(u, v) = (u + v, u - v, 4uv), \quad (u, v) \in \mathbb{R}^2.$

(ii) $X(u, v) = (u \cosh(v), u \sinh(v), u^2), \quad (u, v) \in \mathbb{R}^2, \quad u \neq 0.$

Aufgabe 1.2. (5+5=10 Punkte)

Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein offenes Intervall, $P \in \mathbb{R}^3$ und $X : I \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ eine Abbildung der Form:

(a) $X(u, v) = P + v\alpha(u)$,

(b) $X(u, v) = \alpha(u) + vP$

mit einer Kurve $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$. Wann handelt es sich um eine parametrisierte Fläche?

Aufgabe 1.3. (5x2=10 Punkte)

Prüfen Sie, ob sich die folgenden Teilmengen des $\mathbb{R}^3$ als reguläre parametrisierte Flächen darstellen lassen. Falls dies nicht "global"möglich ist, stellen Sie möglichst große Teilmengen als reguläre parametrisierte Flächen dar; diese Teilparametrisierungen bezeichnet man auch als "Karten". Fertigen Sie jeweils eine Skizze an, und kennzeichen Sie darin ggf. die verschiedenen Karten.

(a) $A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; 2x^2 = z - 3y^2\}$.

(b) $B := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 - y^2 = 2\}$.

(c) $C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; 2x^2 + 3y^2 = 4z^2\}$.

(d) $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; z = x^2 - y^2\}$.

(e) $E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; (x, y) \in \text{Spur } \alpha\}$.

Abgabe: Mittwoch, 30.10.13, vor der Vorlesung in dem Briefkasten in Gebäude E2 5.