Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. Darya Apushkinskaya

Differentialgeometrie I (Kurventheorie) (SS 2013)
Blatt 2

Aufgabe 1. (2+2+2+2+2=10 Punkte)

Zeigen Sie für Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

a) $(\alpha u + \beta v) \times w = \alpha u \times w + \beta v \times w$

b) $u \times v = 0 \Longleftrightarrow u, v$ sind linear abhängig

c) $u \times v \perp u$ und $u \times v \perp v$

d) $|u \times v|^2 = |u|^2 |v|^2 - (u \cdot v)^2$

e) Deuten Sie d) geometrisch

Aufgabe 2. (5 Punkte)

Zeigen Sie:

Ist $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ linear, so gibt es genau einen Vektor $\eta \in \mathbb{R}^n$ mit

$$\varphi(\eta) = \eta \cdot w \quad \text{für alle} \quad w \in \mathbb{R}^n.$$

Aufgabe 3. (1+2+2+2=7 Punkte)

Betrachten Sie die Raumkurve

$$\alpha(t) = \left(e^{-2t} \cos t, e^{-2t} \sin t, e^{-2t}\right), \qquad \alpha : [0, \infty) \to \mathbb{R}^3.$$

a) Ist α eine reguläre Kurve?

b) Berechnen Sie $\lim\limits_{t\to\infty} \alpha(t)$ und skizzieren Sie die Projektion der Kurve auf die (x^1, x^2) Ebene.

c) Zeigen Sie, dass α endliche Länge auf $[0, \infty)$ hat.

d) Parametrisieren Sie die Kurve nach der Länge.

Abgabe: Mittwoch, 08.05.13, vor der Vorlesung in dem Briefkasten in Gebäude E2 5.