Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure I, Blatt 11

Aufgabe 1. (2 Punkte) Bestimmen Sie im $\mathbb{R}^2$ jeweils die Menge $\{\underline{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^2 : \ \|\underline{\mathbf{v}}\| = 1\}$, wobei $\|\cdot\| = \|\cdot\|_\infty$ oder $\|\cdot\| = \|\cdot\|_1$.

Aufgabe 2. (2.5+2.5+3 Punkte)

i) Welche Dimension hat der von

$$\underline{\mathbf{v}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{v}}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{v}}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{v}}^{(4)} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

aufgespannte Teilraum $U = \mathrm{Spann}(\underline{\mathbf{v}}^{(1)}, \underline{\mathbf{v}}^{(2)}, \underline{\mathbf{v}}^{(3)}, \underline{\mathbf{v}}^{(4)}) \subset \mathbb{R}^4$? Geben Sie zwei unterschiedliche Basen von U an.

ii) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von U.

iii) Ergänzen Sie die Orthonormalbasis von U aus ii) zu einer Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^4$ und geben Sie $U^\perp$ an.

Aufgabe 3. (5 Punkte) Zeigen Sie, dass für eine Folge $\{\underline{\mathbf{x}}^{(k)}\}$ im $\mathbb{R}^n$

$$\lim_{k\to\infty} \underline{\mathbf{x}}^{(k)} = \underline{\mathbf{x}}$$

genau dann gilt, wenn komponentenweise Konvergenz vorliegt.

Aufgabe 4. (1.5+1.5+2 Punkte) Zeigen Sie:

i) Die Vereinigung $U \cup V$ zweier beschränkter Mengen U, V im $\mathbb{R}^n$ ist beschränkt.

ii) Die Durchschnitt $U \cap V$ zweier offener Mengen U, V im $\mathbb{R}^n$ ist offen.

iii) Die Vereinigung $U \cup V$ zweier abgeschlossener Mengen U, V im $\mathbb{R}^n$ ist abgeschlossen.

Abgabe: Bis Donnerstag, 27.01.2011, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI1/hmi1.html