Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure I, Blatt 2

Aufgabe 1. (5 Punkte)
Wo steckt der Fehler?
Behauptung. In einer n-elementigen Menge sind alle Elemente gleich!
Beweis. Induktion nach n:
Induktionsanfang, $n = 1$. In einer 1-elementigen Mengen sind sicherlich alle Elemente gleich.
Induktionsschluss, "$n \Rightarrow n+1$*".* Es sei $A := \{a_1, a_2, \ldots, a_{n+1}\}$ eine $(n+1)$-elementige Menge. Dann betrachte man die beiden n-elementigen Mengen

$$M := \{a_1, a_2, \ldots, a_n\} \quad \text{und} \quad N := \{a_2, a_3, \ldots, a_{n+1}\}.$$

Nach Induktionsvoraussetzung gilt

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n \quad \text{und} \quad a_2 = a_3 = \cdots = a_{n+1}.$$

Damit ist

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n = a_{n+1},$$

also folgt die Behauptung.
Bemerkung. Insbesondere sind also alle natürlichen Zahlen gleich.

Aufgabe 2. (2.5+2.5 Punkte)
Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

i) $1 + 2^2 + \cdots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

ii) Bernoullische Ungleichung: Für alle $n \in \mathbb{N}$ und für $x > -1$ ist

$$(1+x)^n \geq 1 + n \cdot x.$$

Aufgabe 3. (2+2 Punkte) Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

i)

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1} \; ;$$

ii)

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n} \; .$$

Aufgabe 4. (2+2+2 Punkte)

i) 3 Personen haben 20 Sitzplätze zur Auswahl. Wie viele Möglichkeiten gibt es,

(a) wenn nicht zwischen den Personen unterschieden wird;

(b) wenn zwischen den Personen unterschieden wird?

ii) Beim Zahlenlotto werden 6 Kugeln aus einer Urne mit 49 nummerierten (ansonsten gleichen) Kugeln gezogen. Für den Hauptgewinn müssen diese 6 Nummern richtig getippt werden, wobei die Reihenfolge egal ist. Außerdem muss die Ziehung einer Superzahl (Ziffern 0 bis 9) richtig getippt sein.
Wieviele Möglichkeiten gibt es, "6 Richtige plus Superzahl" zu tippen?

iii) Bei einem Rennen mit 8 Teilnehmern können Sie bei gleicher Gewinnausschüttung auf den Sieger und den Zweiten (in der richtigen Reihenfolge) oder auf die ersten vier (Reihenfolge egal) wetten. Welche der beiden Wetten bevorzugen Sie?

Abgabe: Bis Donnerstag, 11.11.2010, 14.00 Uhr, Briefästen (beim Geschäftszimmer), Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI1/hmi1.html