Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure I, Blatt 6

Aufgabe 1. (2.5+2.5 Punkte)

i) Zeigen Sie, dass der Grenzwert einer konvergenten Folge eindeutig bestimmt ist (eine Folge kann nicht gleichzeitig gegen zwei verschiedene Grenzwerte konvergieren).

ii) Es seien $\{a_n\}$ und $\{b_n\}$ zwei konvergente Folgen mit den Grenzwerten a bzw. b. Zeigen Sie

$$\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = a \cdot b\ .$$

Aufgabe 2. (5 Punkte) Zeigen Sie mithilfe der Definition konvergenter Folgen, dass die Folge $\{(-1)^{n+1}\}$ divergiert.

Aufgabe 3. (2.5+2.5 Punkte) Finden jeweils Sie ein $a \in \mathbb{R}$ und zu gegebenem $\varepsilon > 0$ ein $N = N(\varepsilon)$ derart, dass $|a_n - a| < \varepsilon$ für alle $n > N(\varepsilon)$, falls

i) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ (die Wurzelfunktion wird als bekannt vorausgesetzt),

ii) $a_n = \frac{n^2}{n^2+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4. (5 Punkte) Betrachten Sie die rekursiv definierte reelle Zahlenfolge $\{a_n\}$,

$$a_1 = \sqrt{2}\ , \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}\ , \quad n = 1,\ 2, \dots\ .$$

Ist die Folge monoton wachsend oder fallend, ist sie beschränkt, konvergiert sie, und wenn ja, gegen welchen Grenzwert?

Abgabe: Bis Donnerstag, 09.12.2010, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI1/hmi1.html