



Höhere Mathematik für Ingenieure I, Blatt 7

Aufgabe 1. (2+3 Punkte)

i) Bestimmen Sie \liminf and \limsup von $\{a_n\}$, $a_n = ((-1)^{n+1}(-1)^n) + (-1)^n$
 $\forall n \in \mathbb{N}$.

ii) Betrachten Sie die Folge $\{a_n\}$ mit

$$a_1 = 1, \quad a_2 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+2} = \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_n), \quad n \in \mathbb{N}.$$

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion), dass $\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $|a_{n+1} - a_n| = 2^{-n}$.
Ist die Folge eine Cauchy-Folge?

Aufgabe 2. (2.5+2.5 Punkte)

i) Fixiert sei $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$. Konvergiert die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k + k^\alpha} ?$$

ii) Fixiert sei $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$. Konvergiert die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^\alpha}{1 + k^2} ?$$

Aufgabe 3. (2.5+2.5 Punkte)

i) Bestimmen Sie (Notation der Vorlesung) c_{max} , c_{min} , $c_{+,min}$, $c_{-,max}$.

ii) Zeigen Sie, dass für $x \in D$ gilt

$$\left| \frac{\text{rd}(x) - x}{x} \right| \leq 5 \cdot 10^{-t}.$$

Aufgabe 4. (2.5 + 2.5 Punkte)

i) Zeigen Sie: Die Maschinengenauigkeit (definiert als $\text{eps} := 5 \cdot 10^{-t}$) ist ebenfalls charakterisiert durch

$$\text{eps} = \min\{x \in A : x > 0, 1 \oplus x > 1\}.$$

Bitte wenden.

ii) Folgern Sie für $\frac{1}{2}\text{eps} \leq x < \text{eps}$

$$(1 \oplus x) \oplus x \neq 1 \oplus (x \oplus x).$$

Abgabe: Bis Donnerstag, 16.12.2010, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
<http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI1/hmi1.html>