



Übungen zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure I

Wintersemester 2012/13

Blatt 2

Abgabetermin: bis Donnerstag, 08.11.2012, vor der Vorlesung

Aufgabe 1

(2×2=4 Punkte)

Es seien A , B und C beliebige Mengen. Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Machen Sie sich Ihre Antwort dabei zunächst mit Hilfe von Venn-Diagrammen klar und geben Sie dann einen formalen Beweis.

(a) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$.

(b) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$.

Aufgabe 2

(1+1+1+1+2=6 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv bzw. bijektiv sind. Bestimmen Sie im Falle einer bijektiven Funktion die zugehörige Umkehrfunktion und skizzieren Sie die Graphen beider Abbildungen mit Hilfe eines Computeralgebrasystems.

(a) $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x+3}{2}$.

(b) $f_2 : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty), \quad x \mapsto \frac{x+3}{2}$.

(c) $f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad t \mapsto \sin(t)$.

(d) $f_4 : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad p \mapsto \frac{1}{p+1}$.

(e) $f_5 : (-\infty, -\frac{1}{2}] \rightarrow [\frac{3}{4}, \infty), \quad \xi \mapsto \xi^2 + \xi + 1$.

Aufgabe 3

(4×1=4 Punkte)

Für Teilmengen $A, B \subset \mathbb{R}$ betrachten wir die Funktion

$$f : A \rightarrow B, \quad x \mapsto |x| = \begin{cases} x & , \text{ falls } x \geq 0 \\ -x & , \text{ falls } x < 0. \end{cases}$$

(bitte wenden)

Finden Sie jeweils A und B derart, dass die folgenden Bedingungen erfüllt sind, und begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) f ist surjektiv aber nicht injektiv.
 - (b) f ist injektiv aber nicht surjektiv.
 - (c) f ist bijektiv.
 - (d) f ist weder injektiv noch surjektiv.
-

Aufgabe 4

(1+2=3 Punkte)

Geben Sie jeweils eine Punktmenge $M \subset [0, 1] \times [0, 1]$ an, sodass

- (a) M der Graph einer Funktion $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ist.
- (b) es keine Funktion $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ derart gibt, dass M der Graph von f ist.

Begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 5

(3 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie die Verknüpfung $\varphi \circ \psi$ der beiden Funktionen $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 4x + 2$ und $\psi : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x - 1}$.
 - (b) Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 3x + 2$. Gibt es eine Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ mit $f \circ g = 0$?
 - (c) Sei $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit $g(1) = 1$. Bestimmen Sie eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derart, dass $f(g(x)) = g(f(x))$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.
-

Die Übungsblätter finden Sie auch auf unserer Homepage:

http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/HMI1_12_13/Ueb/uebhmi1