UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Michael Bildhauer
Dipl.-Math. Kevin Everard

Übungen zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure I

Wintersemester 2012/13

Blatt 6 Abgabetermin: bis Donnerstag, 06.12.2012, vor der Vorlesung

---

Aufgabe 1 (4×1=4 Punkte)

Sei $a, b > 0$ mit $a, b \neq 1$. Leiten Sie für $x, y > 0$ und $t \in \mathbb{R}$ die Logarithmengesetze aus den entsprechenden Eigenschaften der Exponentialfunktion ab. Zeigen Sie:

(i) $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$.

(ii) $\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a(x) - \log_a(y)$.

(iii) $\log_a(x^t) = t \log_a(x)$.

(iv) $\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$.

Aufgabe 2 (2+2=4 Punkte)

(a) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine gerade, monotone Funktion. Zeigen Sie, dass f konstant sein muss.

(b) Gibt es eine nichtkonstante, gerade, periodische Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die nach unten durch 0 und nach oben durch 1 beschränkt ist? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 3 (2+1+1,5=4,5 Punkte)

(a) Beweisen Sie die Additionstheoreme für sinh und cosh. Zeigen Sie, dass für $x, y \in \mathbb{R}$ die Identitäten

$$\begin{aligned} \sinh(x+y) &= \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y) \quad \text{und} \\ \cosh(x+y) &= \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y) \end{aligned}$$

erfüllt sind.

(b) Sei $x \in \mathbb{R}$ beliebig. Zeigen Sie:

$$\cosh(x) + \sinh(x) = e^x \quad \text{und} \quad \cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1.$$

(c) Skizzieren Sie die inversen Hyperbelfunktionen arsinh, arcosh und artanh mit Maple. Sind alle Hyperbelfunktionen bijektiv? Was fällt Ihnen auf?

(bitte wenden)

Aufgabe 4 **(3×(1+1,5)=7,5 Punkte)**

Gegeben sei die Wertetabelle

j	0	1	2
x_j	0	1	3
y_j	3	1	2

.

Es bezeichne $p_2(x)$ das Interpolationspolynom zu den Stützstellen x_j mit den Werten y_j, wobei $j \in \{0, 1, 2\}$.

(a) (i) Berechnen Sie $p_2(x)$ mittels der Lagrangeschen Darstellung.

(ii) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (5, 3)$ hinzu und berechnen Sie das entsprechende Polynom $p_3(x)$ mittels der Lagrangeschen Darstellung.

(b) (i) Berechnen Sie $p_2(x)$ mittels der Newtonschen Darstellung.

(ii) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (5, 3)$ hinzu und berechnen Sie das entsprechende Polynom $p_3(x)$ mittels der Newtonschen Darstellung.

(c) (i) Berechnen Sie $p_2(x)$ mittels des Algorithmus von Neville.

(ii) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (5, 3)$ hinzu und berechnen Sie das entsprechende Polynom $p_3(x)$ mittels des Algorithmus von Neville.

Die Übungsblätter finden Sie auch auf unserer Homepage:

http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/HMI1_12_13/Ueb/uebhmi1