UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Michael Bildhauer
Dipl.-Math. Kevin Everard

Übungen zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure I

Wintersemester 2012/13

Blatt 7 Abgabetermin: bis Donnerstag, 13.12.2012, vor der Vorlesung

---

Aufgabe 1 (1+2=3 Punkte)

Benutzen Sie Definition 7.2 aus der Vorlesung, um zu zeigen, dass die Folgen $\{\frac{3}{4n+2}\}$ und $\{\frac{n^2}{n^2+1}\}$ konvergieren.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Sei $x \in \mathbb{R}$. Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $q_n = \sum_{k=0}^{n} x^k$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Folge $\{q_n\}$? Berechnen Sie in diesen Fällen $\lim\limits_{n\to\infty} q_n$. (*Hinweis: Blatt 3, Aufgabe 3.*)

Aufgabe 3 (1,5+1,5+2+2=7 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und berechnen Sie sie gegebenenfalls:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^4 - 12n^2 - 2n + 27}{-\frac{1}{4}n^5 + 6n}$.

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{6n^3 + \frac{2}{n}}{n^3 + n^2 - 5}$.

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n^7 + n}{n^6 + 6n^2}$.

(d) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.
(*Hinweis: Erweitern Sie mit* $\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$ *und benutzen Sie das Einschließungskriterium.*)

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $u_n = 1 + (-1)^n$. Zeigen Sie, dass die Folge $\{u_n\}$ beschränkt, aber weder monoton noch konvergent ist. Benutzen Sie zum Beweis der Divergenz der Folge $\{u_n\}$ die Verneinung von Definition 7.2 aus der Vorlesung.

Aufgabe 5 (3 Punkte)

Es sei $a_1 = \sqrt{2}$ sowie $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ für $n \in \mathbb{N}$. Untersuchen Sie die Folge $\{a_n\}$ auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz, und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

Die Übungsblätter finden Sie auch auf unserer Homepage:

http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/HMI1_12_13/Ueb/uebhmi1