

Höhere Mathematik für Ingenieure II, Blatt 1

Aufgabe 1. (1.5+1.5+2 Punkte)

- i) Geben Sie eine Matrix $A \in M(6, 4)$ an mit $\dim(\ker A) = 3$.
- ii) Es seien $A \in M(n_1, n_2)$, $B \in M(n_3, n_4)$ und $C \in M(n_5, n_6)$. Unter welchen Bedingungen an die $n_i \in \mathbb{N}$, $i = 1, \dots, 6$, ist das Matrizenprodukt

$$B^T C A^T$$

definiert? Welche Zeilen- und Spaltenzahl hat diese Matrix?

- iii) Man betrachte die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Sind die linearen Gleichungssysteme $A\underline{x} = \underline{b}$, $B\underline{x} = \underline{b}$, $C\underline{x} = \underline{b}$ ($\underline{x} \in \mathbb{R}^k$, $\underline{b} \in \mathbb{R}^l$) für jede rechte Seite \underline{b} lösbar (wie sind k und l jeweils zu wählen)?

Aufgabe 2. (5 Punkte) Bestimmen Sie den Rang und die Dimension des Kernes (in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$) der Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3. (5 Punkte) Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M(3, 3).$$

Wie lautet die allgemeine Lösung des homogenen Gleichungssystems $A\underline{x} = \underline{0}$. Für welche $\underline{b} \in \mathbb{R}^3$ ist das inhomogene Gleichungssystem $A\underline{x} = \underline{b}$ lösbar? Wie lautet die allgemeine Lösung?

Bitte wenden.

Aufgabe 4. (5 Punkte)

i) Es sei $a \in \mathbb{R}$ fixiert und

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} \in M(2, 2).$$

Für welche $\underline{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^2$ ist das lineare Gleichungssystem

$$A\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{b}}$$

lösbar? Ist die Lösung (falls existent) eindeutig?

ii) Finden Sie eine Matrix $A \in M(?, ?)$ mit

$$A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Abgabe: Bis Mittwoch, 20.04.2011, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI2_11/hmi2.html