

Höhere Mathematik für Ingenieure II, Blatt 13

Aufgabe 1. (2+3 Punkte) Es sei f eine lokal integrierbare Funktion auf \mathbb{R} . Der Cauchy-
sche Hauptwert

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx$$

ist (sofern existent)

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R f(x) \, dx .$$

- i) Berechnen Sie den Cauchyschen Hauptwert $\int_{-\infty}^{\infty} x^3 \, dx$.
- ii) Zeigen Sie, dass $\int_{-\infty}^{\infty} x^3 \, dx$ divergiert.

Aufgabe 2. (5 Punkte) Bestimmen Sie eine Approximation von

$$\int_0^1 x \sin(\pi x) \, dx$$

i) mit der Trapez-Regel; ii) mit der Simpson-Regel; iii) mit der 3/8-Regel; iv) mit der
summierten Trapez-Regel zu $N = 4$.

Wie groß ist jeweils der (absolute) Fehler?

Aufgabe 3. (2+3 Punkte)

- i) Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ das Taylorpolynom n^{ten} Grades zum Entwicklungspunkt
 $x_0 = 1$ sowie das Restglied in Lagrangescher Darstellung von

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 .$$

- ii) Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ das Taylorpolynom n^{ten} Grades zum Entwicklungspunkt
 $x_0 = 0$ von
 - (a) $f(x) = x^2 + e^x$,
 - (b) $f(x) = e^{x^2}$.

Bitte wenden.

Aufgabe 4. (3+2 Punkte)

i) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom dritter Ordnung zum Entwicklungspunkt 0 der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x^2)$.

ii) Bestimmen Sie eine Approximation (8 Nachkommastellen) von

$$\int_0^\pi \cos(x) \sin(x) \, dx$$

(a) mit der Simpson-Regel;

(b) mit der summierten Trapez-Regel zu $N = 4$.

Abgabe: Bis Mittwoch, 13.07.2011, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI2_11/hmi2.html