

Höhere Mathematik für Ingenieure II, Blatt 3

Aufgabe 1. (1+2+2 Punkte)

i) Es sei $n \geq m$, $A \in M(n, m)$ und $\operatorname{rg} A = m$. Zeigen Sie:

(a) $\|A\mathbf{x}\| > 0 \Leftrightarrow \mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.

(b) $\operatorname{rg}(A^T A) = m$.

ii) Gegeben seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Wann sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ linear unabhängig?

Aufgabe 2. (5 Punkte) Zeigen Sie Satz 8.5.2 der Vorlesung.

Aufgabe 3. (5 Punkte) Existieren die Inversen der folgenden Matrizen? Wenn ja, dann berechnen Sie diese

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}, \quad \varphi \in \mathbb{R} \text{ fixiert}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4. (5 Punkte) Berechnen Sie die LR -Zerlegung von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie damit das lineare Gleichungssystem $A\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Abgabe: Bis Mittwoch, 04.05.2011, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
<http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI2.11/hmi2.html>