



Höhere Mathematik für Ingenieure III, Blatt 8

**Aufgabe 1.** (2.5+2.5 Punkte)

- i) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung (ohne Angabe des Restgliedes) um den Entwicklungspunkt  $\underline{\mathbf{x}}^{(0)} = \underline{\mathbf{0}}$  der Funktion  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(\underline{\mathbf{x}}) := e^{x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3} .$$

- ii) Es sei  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$g(\underline{\mathbf{x}}) = 3x_1 + 2x_1x_3 + x_3^3 .$$

Bestimmen Sie zum Punkt  $\underline{\mathbf{x}}^{(0)} = \underline{\mathbf{0}}$  die Taylor-Entwicklung 2<sup>ter</sup> und 8<sup>ter</sup> Ordnung (jeweils inkl. Restglied).

**Aufgabe 2.** (5 Punkte) Zeigen Sie Satz 17.3.2 der Vorlesung.

**Aufgabe 3.** (5 Punkte) Finden Sie jeweils eine Matrix  $A \in M(3, 3, \mathbb{R})$ , die

- i) positiv definit;
- ii) positiv semidefinit und nicht positiv definit;
- iii) negativ definit;
- iv) negativ semidefinit und nicht negativ definit;
- v) indefinit

ist.

**Aufgabe 4.** (2.5+2.5 Punkte)

- i) Es sei  $a \in \mathbb{R}$  fixiert und  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sei gegeben durch

$$f(\underline{\mathbf{x}}) = 1 + x_1 + x_2 + x_1x_2 + x_1^2 + ax_2^2 .$$

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion  $f$ .

- ii) Es seien  $a, b > 0$  fixiert. Berechnen Sie die kritischen Punkte und die lokalen Extrema von  $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$E := \left\{ \underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^2 : \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} < 1 \right\} ,$$

$$f(\underline{\mathbf{x}}) := x_1x_2 .$$

**Abgabe.** Bis Do., 17.12.2009, Briefkasten am Eingang des Hörsaalgebäudes E2.5,  
**Leerung 8.30.**