Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Christian Tietz

Höhere Mathematik für Ingenieure III, Blatt 12

Aufgabe 1. (5 Punkte) Berechnen Sie das Volumen des Raumstücks im $\mathbb{R}^3$, welches den beiden Zylindern $\{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3 : \ x_1^2 + x_2^2 \le 1\}$ und $\{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3 : \ x_1^2 + x_3^2 \le 1\}$ gemeinsam ist.

Aufgabe 2. (5 Punkte) Es sei M der von der x_1-Achse, von der x_2-Achse, von der Geraden $x_2 = x_1 - 2$ und von der Geraden $x_2 = x_1 - 1$ berandete (beschränkte) Bereich im $\mathbb{R}^2$. Skizzieren Sie M und berechnen Sie

$$\int_M e^{(x_1+x_2)/(x_1-x_2)} \, \mathrm{d}V$$

mithilfe der Transformation

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(u+v) \\ \frac{1}{2}(u-v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} .$$

Aufgabe 3. (5+5 Punkte)

i) Es sei $M := \left\{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^2 : \ 0 \le x_1 \le 4, \ \frac{1}{2}x_1 \le x_2 \le \sqrt{20 - x_1^2}\right\}$. Skizzieren Sie M und berechnen Sie

$$\int_M e^{x_1^2+x_2^2} \, \mathrm{d}V .$$

ii) Es sei $\underline{\mathbf{N}} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 0 \\ \sqrt{2}/\sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Weiterhin seien der Zylinder Z, die Ebene E und das Paraboloid P im $\mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$\begin{aligned} Z &= \left\{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3 : \ x_1^2 + x_2^2 = 1\right\}, \qquad E = \left\{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3 : \ \langle \underline{\mathbf{x}}, \underline{\mathbf{N}} \rangle = 2\sqrt{2}/\sqrt{3}\right\}, \\ P &= \left\{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3 : \ x_1^2 + x_2^2 = x_3\right\} . \end{aligned}$$

Skizzieren Sie das von Z, E und P eingeschlossene (beschränkte) Raumstück G und berechnen Sie sein Volumen. (Hinweis: Zylinderkoordinaten)

Abgabe: Bis Donnerstag, 26.01.2012, 08.25 Uhr, Briefkasten U.G. Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI3_11_12/hmi3.html