Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Christian Tietz

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Höhere Mathematik für Ingenieure III, Blatt 6

Aufgabe 1. (5 Punkte) Berechnen Sie die allgemeine (reelle) Lösung von

$$\underline{\mathbf{y}}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \underline{\mathbf{y}} \, .$$

Aufgabe 2. (je 1 Punkte) Skizzieren Sie die Kurven

i) „Kissoide des Diocles":

$$\alpha(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{2t^2}{1+t^2} \\ \dfrac{2t^3}{1+t^2} \end{pmatrix} , \qquad t \in \mathbb{R} \, ;$$

ii) „Kettenlinie":

$$\alpha(t) = \begin{pmatrix} t \\ \cosh(t) \end{pmatrix} , \qquad t \in \mathbb{R} \, ;$$

iii) „logarithmische Spirale":

$$\alpha(t) = \begin{pmatrix} e^t \cos(t) \\ e^t \sin(t) \end{pmatrix} , \qquad t \in \mathbb{R} \, ;$$

iv) „Traktrix":

$$\alpha(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) + \log\left(\tan\left(\frac{t}{2}\right)\right) \end{pmatrix} , \qquad t \in (0, \pi) \, .$$

Bitte wenden.

Aufgabe 3. (je 2+2+2+1 Punkte) Betrachten Sie die Kurve im $\mathbb{R}^2$ (Zykloide)

$$\alpha(t) = \begin{pmatrix} t - \sin(t) \\ 1 - \cos(t) \end{pmatrix} , \qquad 0 < t < 2\pi \ .$$

i) Skizzieren Sie die Kurve. Tragen Sie in die Skizze für ein $0 < t_0 < \pi$ auch die Tangente an die Kurve und deren Schnittwinkel φ mit der x-Achse ein.

ii) Berechnen Sie die Länge der Kurve.

iii) Es sei $0 < t_0 < \pi$. Berechnen Sie den Winkel $\varphi \in (0, \pi/2)$, den die Tangente in $\alpha(t_0)$ an die Kurve mit der x-Achse einschließt.

iv) Nun sei α wie oben für $t \in (0, 4\pi)$ definiert. Handelt es sich um eine reguläre Kurve?

Aufgabe 4. (4 Punkte) Es sei γ: $[a, b] \to \mathbb{R}^n$ eine stetig differenzierbare Kurve der Länge L und φ: $[\alpha, \beta] \to [a, b]$ eine monotone C^1-Parametertransformation. Berechnen Sie die Länge der Kurve $\tilde{\gamma} = \gamma \circ \varphi$: $[\alpha, \beta] \to \mathbb{R}^n$.

Abgabe: Bis Donnerstag, 01.12.2011, 08.25 Uhr, Briefkasten U.G. Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI3_11_12/hmi3.html