Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Christian Tietz

Höhere Mathematik für Ingenieure III, Blatt 9

Aufgabe 1. (3+2+2 Punkte)

i) Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung der Funktion

$$f:\ \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\ , \qquad f(\underline{\mathbf{x}}) = x_1 e^{x_2} x_3$$

um den Punkt $\underline{\mathbf{x}}^{(0)} = \underline{\mathbf{0}}$ bis einschließlich der Glieder 2^{ter} Ordnung (das Restglied ist nicht zu berechnen).

ii) Es sei $g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$g(\underline{\mathbf{x}}) = 2x_1 - x_1x_3 + x_2^3\ .$$

(a) Bestimmen Sie zum Punkt $\underline{\mathbf{x}}^{(0)} = \underline{\mathbf{0}}$ die Taylor-Entwicklung 2^{ter} und 8^{ter} Ordnung. Geben Sie jeweils das Restglied an.

(b) Bestimmen Sie zum Punkt $\underline{\mathbf{x}}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ die Taylor-Entwicklung 2^{ter} Ordnung und geben Sie das Restglied an.

Aufgabe 2. (4+3+2 Punkte)

i) Es sei $B_1(\underline{\mathbf{0}}) := \{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\} \subset \mathbb{R}^2$ und $f\colon B_1(\underline{\mathbf{0}}) \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(\underline{\mathbf{x}}) = x_1x_2(1 - x_1 - x_2)\ .$$

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f.

ii) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(\underline{\mathbf{x}}) = x_1x_2x_3$.

iii) Die Zahl 1 soll so als Summe von drei positiven Zahlen

$$0 \le a_i \le 1\ , \quad i = 1,\ 2,\ 3\ ,$$

dargestellt werden, dass deren Produkt maximal wird. Falls eine Lösung dieses Problems existiert, wie muss diese dann aussehen?

Bitte wenden.

Aufgabe 3. (1+3 Punkte) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion f, falls

i) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(\underline{\mathbf{x}}) = x_1 e^{x_2^2}$;

ii) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(\underline{\mathbf{x}}) = 1 + x_1 + x_2 + x_1x_2 + x_1^2 + ax_2^2$, $a \in \mathbb{R}$ fixiert.

Abgabe: Bis Donnerstag, 22.12.2011, 08.25 Uhr, Briefkasten U.G. Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI3_11_12/hmi3.html