



Höhere Mathematik für Ingenieure IV a plus IV b, Blatt 5
Kein Bestandteil der Einzelvorlesung HMI IV a

Aufgabe 1. (5 Punkte) Es sei $I = (-1, 1) \subset \mathbb{R}$. Genügen die folgenden skalaren ($N = 1$) Anfangswertaufgaben (jeweils $y(0) = y_0$) einer Lipschitz-Bedingung nach dem Satz von Picard-Lindelöf:

i) $y'(x) = x + y(x)$; *ii)* $y'(x) = x^2 + y(x)$; *iii)* $y'(x) = x + y^2(x)$;
iv) $y'(x) = |y(x)|$; $y'(x) = \sin(y(x))$?

Aufgabe 2. (5 Punkte) Konstruieren Sie die Picard-Iteration für die Anfangswertaufgabe

$$y'(x) = 2x(y(x) + 1), \quad y(0) = 0,$$

und zeigen Sie, dass diese gegen die Lösung $y(x) = \exp(x^2) - 1$ konvergiert.

Aufgabe 3. (5 Punkte) Betrachten Sie die Anfangswertaufgabe

$$y'''(x) = x \sin(y(x)) \cos(y''(x)) + \sqrt{1 + (y'(x))^2}, \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 1.$$

- i)* Führen Sie das Problem auf eine Anfangswertaufgabe erster Ordnung zurück.
ii) Gibt es eine Lösung dieser Anfangswertaufgabe und existiert diese für alle $x \in \mathbb{R}$?

Aufgabe 4. (2.5+2.5 Punkte)

- i)* Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung

$$y' = \frac{-x}{y}.$$

- ii)* Bestimmen Sie die Lösungen ($y \neq 0$) dieser Differentialgleichung.

Abgabe. Bis Di., 01.06.2010, Briefkasten am Eingang des Hörsaalgebäudes E2.5,
Leerung 8.30.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/HMI4/hmi4.html>