

Höhere Mathematik für Ingenieure IV B (SoSe 2015)
Blatt 2

Aufgabe 1 (1+1+2+2=6 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen sind holomorph auf \mathbb{C} :

- (i) (a) $f(z) = z^3 \cos(z^2)$,
 - (b) $f(z) = \exp(z\bar{z})$,
 - (c) $f(z) = \operatorname{Re}(\cos(z)) + i\operatorname{Im}(\cosh(iz))$?
- (ii) Für welches fixierte $a \in \mathbb{R}$ ist die Funktionen

$$u(x, y) = ay^3 - yx^2$$

Realteil einer holomorphen Funktion auf \mathbb{C} ? Geben Sie, falls existent, den zugehörigen Imaginärteil der holomorphen Funktion an.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Finden Sie eine reguläre Parametrisierung $\gamma : \mathbb{R} \supset [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ für die Strecke, die die Punkte -1 und $-i$ verbindet, und berechnen Sie

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz.$$

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $a \in \mathbb{D} := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ und alle $z \in \mathbb{C}$ gilt:

$$\left| \frac{a-z}{1-\bar{a}z} \right| < 1 \iff |z| < 1; \quad \left| \frac{a-z}{1-\bar{a}z} \right| = 1 \iff |z| = 1$$

Abgabe: Dienstag, den 26.05., bis 14 Uhr in die Briefkästen in Gebäude E2 5.