

Höhere Mathematik für Ingenieure IV B (SoSe 2015)  
Blatt 4

Notation:  $z_0 \in \mathbb{C}, r > 0$  seien fixiert und es sei  $\kappa_r(z_0)(t) := z_0 + re^{it}, t \in [0, 2\pi]$ .

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Berechnen Sie mithilfe der Cauchyschen Integralformel die folgenden Integrale:

(a)  $\int_{\kappa_{1/2}(0)} \frac{\exp(z)}{z^3(1-z)} dz.$

(b)  $\int_{\kappa_2(0)} \frac{\sin(z)}{z+i} dz.$

(c)  $\int_{\kappa_r(0)} \frac{1}{(z-a)^n(z-b)^m} dz, \quad a, b \in \mathbb{C} \text{ mit } |a| < r < |b|, m, n \in \mathbb{N}.$

**Aufgabe 2 (5 Punkte)**

Sei  $f$  eine in einer offenen Umgebung der abgeschlossenen Kreisscheibe  $\overline{D_1(0)}$  holomorphe Funktion. Welche (holomorphe) Funktion wird durch

$$z \mapsto \int_{\kappa_1(0)} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

auf  $\mathbb{C} - \overline{D_1(0)}$  dargestellt? (Begründung!)

**Zusatzaufgabe (10 Punkte)**

Sei  $\mathbb{T} := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ . Zeigen Sie, dass durch

$$g : \mathbb{C} - \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \frac{1}{2\pi i} \int_{\kappa_1(0)} \frac{d\xi}{\xi(\xi - z)}$$

eine holomorphe Funktion definiert wird, und bestimmen Sie diese.

**Abgabe:** Dienstag, den 23.06., bis 14 Uhr in die Briefkästen in Gebäude E2 5.