



Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b
Sommersemester 2017

Blatt 2

Abgabetermin: 19.05.2017

Aufgabe 1

(1+1+2+2=6 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen sind holomorph auf \mathbb{C} :

- (i) (a) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto z^3 \cos(z^2)$,
- (b) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \exp(z\bar{z})$,
- (c) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \operatorname{Re}(\cos(z)) + i \operatorname{Im}(\cosh(iz))$?

- (ii) Für welches fixierte $a \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$u: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto ay^3 - yx^2$$

Realteil einer holomorphen Funktion auf \mathbb{C} ? Geben Sie, falls existent, den zugehörigen Imaginärteil der holomorphen Funktion an.

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Finden Sie eine reguläre Parametrisierung $\gamma: \mathbb{R} \supset [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ für die Strecke, die die Punkte -1 und $-i$ verbindet, und berechnen Sie

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz.$$

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $a \in \mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} ; |z| < 1\}$ und für alle $z \in \mathbb{C} \setminus \{1/\bar{a}\}$, falls $a \neq 0$, bzw. $z \in \mathbb{C}$, falls $a = 0$, gilt:

- (i)

$$\left| \frac{a-z}{1-\bar{a}z} \right| < 1 \Leftrightarrow |z| < 1,$$

- (ii)

$$\left| \frac{a-z}{1-\bar{a}z} \right| = 1 \Leftrightarrow |z| = 1.$$
