



Übungen zur Vorlesung  
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b  
Sommersemester 2017

Blatt 3

Abgabetermin: 02.06.2017

**Aufgabe 1**

**(4 Punkte)**

Gibt es jeweils einen geschlossenen (glatten) Integrationsweg  $\gamma$  in der komplexen Zahlenebene (der nicht durch eine Singularität des Integranden läuft) mit

(i)  $\int_{\gamma} z^{-1} dz = 0$ ?

(ii)  $\int_{\gamma} (z+1)^{-1} dz \neq 0$ ?

(iii)  $\int_{\gamma} z^{-2} dz = 0$ ?

(iv)  $\int_{\gamma} (z+i)^{-2} dz \neq 0$ ?

Begründen Sie Ihre Antworten!

Für  $z_0 \in \mathbb{C}, r > 0$  definieren wir

$$\kappa_r(z_0): [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto z_0 + re^{it}.$$

**Aufgabe 2**

**(5 Punkte)**

Berechnen Sie für  $r \neq 1, r \neq 3$

$$\int_{\kappa_r(0)} \left[ (z-2)^3 + \frac{1}{z-i} + \frac{1}{(z+3)^2} \right] dz.$$

**Aufgabe 3**

**(6 Punkte)**

Sei  $f: D \rightarrow \mathbb{C}$  eine in  $a \in D$  komplex differenzierbare Funktion und sei  $D^* = \{\bar{z}; z \in D\}$ . Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g: D^* \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \overline{f(\bar{z})}$$

in  $\bar{a}$  differenzierbar ist mit

$$g'(\bar{a}) = \overline{f'(a)}.$$