**UNIVERSITÄT DES SAARLANDES**
**FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK**
Prof. Dr. Martin Fuchs
M. Sc. Dominik Schillo

# Übungen zur Vorlesung
## Höhere Mathematik für Ingenieure IV b
Sommersemester 2017

**Blatt 4** Abgabetermin: 19.06.2017

---

*Für $z_0 \in \mathbb{C}, r > 0$ definieren wir*
$$\kappa_r(z_0)\colon [0, 2\pi) \to \mathbb{C},\ t \mapsto z_0 + re^{it}.$$

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Berechnen Sie mithilfe der Cauchyschen Integralformel die folgenden Integrale:

(i) $\int_{\kappa_{1/2}(0)} \frac{\exp(z)}{z^3(1-z)} \mathrm{d}z$,

(ii) $\int_{\kappa_2(0)} \frac{\sin(z)}{z+i} \mathrm{d}z$,

(iii) $\int_{\kappa_r(0)} \frac{1}{(z-a)^n(z-b)^m} \mathrm{d}z, a, b \in \mathbb{C}$ mit $|a| < r < |b|, m, n \in \mathbb{N}$.

---

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Sei $f$ eine in einer offenen Umgebung der abgeschlossenen Kreisscheibe $\overline{D_1(0)}$ holomorphe Funktion. Welche (holomorphe) Funktion wird durch

$$z \mapsto \int_{\kappa_1(0)} \frac{f(\xi)}{\xi - z} \mathrm{d}\xi$$

auf $\mathbb{C} \setminus \overline{D_1(0)}$ dargestellt? (Begründung!)

---

### Aufgabe * (10 Punkte)

Sei $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C}\ ;\ |z| = 1\}$. Zeigen Sie, dass durch

$$g\colon \mathbb{C} \setminus \mathbb{T} \to \mathbb{C},\ z \mapsto \frac{1}{2\pi i} \int_{\kappa_1(0)} \frac{1}{\xi(\xi - z)} \mathrm{d}\xi$$

eine holomorphe Funktion definiert wird, und bestimmen Sie diese.

---