



Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b
Sommersemester 2017

Blatt 6

Abgabetermin: 14.07.2017

Aufgabe 1

(1+1+1+1+1=5 Punkte)

Charakterisieren Sie jeweils alle Singularitäten von

(i) $f(z) = \frac{2}{z+i-1}$,

(ii) $f(z) = \frac{1}{(z-i)^2(z+2i)}$,

(iii) $f(z) = \frac{z+1}{z^2-1}$,

(iv) $f(z) = \frac{1}{z(z+i)} \sin(z)$,

(v) $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right) + \frac{1}{z}$.

Aufgabe 2

(1,5+1,5+2=5 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes $\int_{\kappa_1(0)} f(z) dz$, falls

(i) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{\exp(z)}{z^k}$, $k \in \mathbb{N}$,

(ii) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{1-z}{z^k}$, $k \in \mathbb{N}$,

(iii) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{\cos(z)-1}{z^3}$.

Aufgabe 3

(1+1+3=5 Punkte)

(i) Es sei $f: \mathbb{C} \setminus \{i\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{1}{i-z}$. Berechnen Sie die Laurent-Reihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 0$ auf $A_{1,2}(0)$.

(ii) Bestimmen Sie die Ordnung der Polstelle $z_0 = 0$ für $g: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{\sin(z)}{z^2}$.

(iii) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{\kappa_1(0)} \frac{\sin(z)}{z^2} dz.$$

Berechnen Sie das gleiche Kurvenintegral dann mit Hilfe des Cauchyschen Integralsatzes.
