

**Übungen zur Vorlesung “Höhere Mathematik für Ingenieure IV A” SoSe 2019,
Blatt 7 (freiwillig)**

Abgabe: 19.07.2019. Versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen.

Aufgabe 16.

Führen Sie drei Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation für die folgenden Anfangswertprobleme durch:

- a) $y' = y + e^{y-1}; \quad y(0) = 1.$
- b) $y'_1 = 2x + y_2, \quad y'_2 = y_1; \quad y_1(1) = 1, \quad y_2(1) = 0.$
- c) $y'' + y'^2 - 2y = 0; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

Aufgabe 17.

Zeigen Sie die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung für $x \in [0, 1]$ und führen Sie drei Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation für die folgenden Anfangswertprobleme durch:

- a) $y' = xy + 1; \quad y(0) = 0.$
- b) $y' = (y + 1) \cos x; \quad y(0) = 0.$

Aufgabe 18.

Gegeben ist das Anfangswertproblem

$$y'(x) = xy + 1; \quad y(0) = 0.$$

- a) Überprüfen Sie, ob das Problem für $x \in [0, 1]$ korrekt gestellt ist.
- b) Berechnen Sie $y(1/2)$ näherungsweise mit Hilfe des Eulerschen Polygonzugverfahrens und der konstanten Schrittweite $h = 0.1$.

Aufgabe 19.

Gegeben ist das Anfangswertproblem

$$y'(x) = x + y; \quad y(0) = 1.$$

- a) Berechnen Sie $y(1)$ näherungsweise mit Hilfe des Eulerschen Polygonzugverfahrens und der konstanten Schrittweite $h = 0.2$.
- b) Berechnen Sie $y(1)$ näherungsweise mit Hilfe des impliziten Eulerschen Verfahrens (d.h. mit der impliziten Rekursion $y_{k+1} = y_k + hF(x_{k+1}, y_{k+1})$) und der konstanten Schrittweite $h = 0.2$.
- c) Berechnen Sie $y(1)$ näherungsweise mit Hilfe des Verfahrens von Heun (d.h. mit der Rekursion $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(F(x_k, y_k) + F(x_k + h, y_k + hF(x_k, y_k)))$) und der konstanten Schrittweite $h = 0.2$.
- d) Lösen Sie das Anfangswertproblem analytisch. Welches Verfahren ergibt die beste Näherung für die exakte Lösung $y(x)$ an der Stelle $x = 1$?

Die Übungsblätter sind auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>