# Mathematik für Naturwissenschaftler I
# WS 2009/2010

Lektion 2

19. Oktober 2009

# Kapitel 1. Mengen, Abbildungen und Funktionen

## §1.3 Abbildungen

## Definition 9.

*Es seien $M$ und $N$ zwei nichtleere Mengen.*

*Eine Abbildung $f$ von $M$ nach $N$ ist eine Vorschrift, durch die* ***jedem*** *Element $x \in M$* ***genau ein*** *Element $y = f(x) \in N$ zugeordnet wird.*

$M$ heißt **Urbildmenge** von $f$.

$N$ heißt **Bildbereich von** $f$.

Schreibweisen:

$$f : M \to N,$$
$$M \ni x \to f(x) = y \in N.$$

## Definition 9.

*Es seien $M$ und $N$ zwei nichtleere Mengen.*

*Eine Abbildung $f$ von $M$ nach $N$ ist eine Vorschrift, durch die* ***jedem*** *Element $x \in M$* ***genau ein*** *Element $y = f(x) \in N$ zugeordnet wird.*

$M$ heißt **Urbildmenge** von $f$.

$N$ heißt **Bildbereich von** $f$.

Schreibweisen:

$$f : M \to N,$$
$$M \ni x \to f(x) = y \in N.$$

## Definition 9.

*Es seien $M$ und $N$ zwei nichtleere Mengen.*

*Eine Abbildung $f$ von $M$ nach $N$ ist eine Vorschrift, durch die **jedem** Element $x \in M$ **genau ein** Element $y = f(x) \in N$ zugeordnet wird.*

$M$ heißt **Urbildmenge** von $f$.

$N$ heißt **Bildbereich von** $f$.

Schreibweisen:

$$f : M \to N,$$
$$M \ni x \to f(x) = y \in N.$$

**Definition 10.**

*Es sei M eine Menge. $M \neq \emptyset$.*

*Dann nennt man die Abbildung*

$$\begin{aligned} id_M : M &\rightarrow M \\ x &\rightarrow x \end{aligned}$$

*die identische Abbildung von M oder Identität auf M.*

**Definition 11.**

*Eine Funktion ist eine Abbildung von $M$ nach $N$, vorbei $N$ entweder $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ oder eine Teilmenge einer dieser Mengen ist.*

## Definition 12.

*Es seien $M$, $N$ und $P$ drei nichtleere Menge und*

$$f : M \to N,$$
$$g : N \to P$$

*zwei Abbildungen.*

*Dann ist die Verknüpfung*

$$g \circ f : M \to P$$

*durch*

$$(g \circ f)(z) = g(f(z))$$

*für alle $z \in M$ definiert.*

**Definition 13.**

*Eine Abbildung $f : M \to N$ heißt injektiv dann und nur dann, wenn für alle $x_1, x_2 \in M$ mit $x_1 \neq x_2$ auch $f(x_1) \neq f(x_2)$ gilt.*

**Definition 14.**

*Eine Abbildung $f : M \to N$ heißt surjektiv dann und nur dann, wenn für alle $y \in N$ mindestens ein $x \in M$ existiert mit $y = f(x)$.*

**Definition 13.**

*Eine Abbildung $f : M \to N$ heißt* injektiv *dann und nur dann, wenn für alle $x_1, x_2 \in M$ mit $x_1 \neq x_2$ auch $f(x_1) \neq f(x_2)$ gilt.*

**Definition 14.**

*Eine Abbildung $f : M \to N$ heißt* surjektiv *dann und nur dann, wenn für alle $y \in N$ mindestens ein $x \in M$ existiert mit $y = f(x)$.*

**Definition 15.**

*Eine Abbildung $f : M \longrightarrow N$ heißt bijektiv oder umkehrbar dann und nur dann, wenn $f$ sowohl injektiv als auch surjektiv ist.*