



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I  
Wintersemester 2009/10

Blatt 10

Abgabe: Freitag, 08.01.2010, bis 10:15 Uhr,  
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E25

---

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer

---

**Aufgabe 10.1** ( $1 \times 4 = 4$  Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5}{\sin(x) - x + \frac{1}{6}x^3},$   
b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 31x^3 + 81x^2 - 27}{x^2 - 4x + 3},$   
c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(3x + x^2)}{\ln(x)},$   
d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x + 1}}{\sqrt{x + \ln(x)}}.$
- 

**Aufgabe 10.2.** ( $1 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 = 9$  Punkte)

Approximieren Sie die folgenden Funktionen durch Taylorpolynome vom Grad 2, und bestimmen Sie hiermit jeweils näherungsweise die Werte  $f(x_0 + 0,1)$  (vgl. mit exakten Werten).

- a)  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  um  $x_0 = 1$   
b)  $f(x) = \frac{2}{x^2}$  um  $x_0 = -1$   
c)  $f(x) = \ln(x)$  um  $x_0 = 1$   
d)  $f(x) = \ln(x)$  um  $x_0 = 2$   
e)  $f(x) = \cos(x)$  um  $x_0 = \frac{\pi}{3}$   
f)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  um  $x_0 = 8$
-

**Aufgabe 10.3. ( $2 \times 4 = 8$  Punkte)**

Sei  $f(x) = \sqrt{x}$ .

- a) Geben Sie die Taylorpolynome von  $f$  um  $x_0 = 16$  vom Grad 1 und 3 an.
  - b) Bestimmen Sie  $\sqrt{17}$  und  $\sqrt{31}$  approximativ mit den in a) ermittelten Polynomen.
  - c) Wie groß ist jeweils der tatsächliche Fehler?
  - d) Wie groß ist jeweils der maximale Fehler mit der Taylor-Abschätzung aus der Vorlesung?
- 

**Aufgabe 10.4. ( $2 \times 4 = 8$  Punkte)**

Sei  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(x)$ .

- a) Entwickeln Sie  $f$  in eine Taylorreihe um den Punkt  $a > 0$ .
  - b) Bestimmen Sie die Taylorpolynome  $P_1$  und  $P_2$  zu den Graden 1 und 2 von  $f$  um 1, und geben die Fehlergrenze nach der Taylor-Abschätzung aus der Vorlesung an.
  - c) Bestimmen Sie die Werte  $\ln(0.1)$  und  $\ln(2)$  approximativ mit Hilfe von  $P_1$  und  $P_2$ .
  - d) Geben Sie in c) jeweils die Fehlergrenze nach der Taylor-Abschätzung aus der Vorlesung an und vergleichen mit dem tatsächlichen Fehler (Taschenrechner).
- 

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>

*Frohe Weihnachten und ein gutes, erfolgreiches neues Jahr wünschen*

*M. Hoffstetter, M. Becker, O. Schirra, D. Apushkinskaya*