



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2009/10

Blatt 10

Abgabe: Freitag, 08.01.2010, bis 10:15 Uhr,
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E25

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer

Aufgabe 10.1 ($1 \times 4 = 4$ Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5}{\sin(x) - x + \frac{1}{6}x^3},$
b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 31x^3 + 81x^2 - 27}{x^2 - 4x + 3},$
c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(3x + x^2)}{\ln(x)},$
d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x + 1}}{\sqrt{x + \ln(x)}}.$
-

Aufgabe 10.2. ($1 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 = 9$ Punkte)

Approximieren Sie die folgenden Funktionen durch Taylorpolynome vom Grad 2, und bestimmen Sie hiermit jeweils näherungsweise die Werte $f(x_0 + 0,1)$ (vgl. mit exakten Werten).

- a) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ um $x_0 = 1$
b) $f(x) = \frac{2}{x^2}$ um $x_0 = -1$
c) $f(x) = \ln(x)$ um $x_0 = 1$
d) $f(x) = \ln(x)$ um $x_0 = 2$
e) $f(x) = \cos(x)$ um $x_0 = \frac{\pi}{3}$
f) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ um $x_0 = 8$
-

Aufgabe 10.3. ($2 \times 4 = 8$ Punkte)

Sei $f(x) = \sqrt{x}$.

- Geben Sie die Taylorpolynome von f um $x_0 = 16$ vom Grad 1 und 3 an.
 - Bestimmen Sie $\sqrt{17}$ und $\sqrt{31}$ approximativ mit den in a) ermittelten Polynomen.
 - Wie groß ist jeweils der tatsächliche Fehler?
 - Wie groß ist jeweils der maximale Fehler mit der Taylor-Abschätzung aus der Vorlesung?
-

Aufgabe 10.4. ($2 \times 4 = 8$ Punkte)

Sei $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x)$.

- Entwickeln Sie f in eine Taylorreihe um den Punkt $a > 0$.
 - Bestimmen Sie die Taylorpolynome P_1 und P_2 zu den Graden 1 und 2 von f um 1, und geben die Fehlergrenze nach der Taylor-Abschätzung aus der Vorlesung an.
 - Bestimmen Sie die Werte $\ln(0.1)$ und $\ln(2)$ approximativ mit Hilfe von P_1 und P_2 .
 - Geben Sie in c) jeweils die Fehlergrenze nach der Taylor-Abschätzung aus der Vorlesung an und vergleichen mit dem tatsächlichen Fehler (Taschenrechner).
-

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>

Frohe Weihnachten und ein gutes, erfolgreiches neues Jahr wünschen

M. Hoffstetter, M. Becker, O. Schirra, D. Apushkinskaya