



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2009/10

Blatt 11

Abgabe: Freitag, 15.01.2010, bis 10:15 Uhr,
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E25

Versenden Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer

Aufgabe 11.1. (4 Punkte)

Exponentialfunktionen kommen in den Naturwissenschaften sehr häufig vor. So kann der Zerfall radioaktiver Substanzen durch die Gleichung

$$\hat{N}(t) = ke^{-\lambda t} \quad (k, \lambda > 0)$$

beschrieben werden, wobei \hat{N} die Zerfallsrate ist (die mit einem Zählrohr gemessen werden kann), welche sich mit der Zeit t erniedrigt. Als Funktion der Zeit t wurden folgende Werte für \hat{N} gemessen

Zeit t [h]	2	3	5	7	9	12
Zerfallsrate $\hat{N}(t)$	400	290	155	82	43	16

Tragen Sie $\ln \hat{N}(t)$ gegen t auf, und bestimmen Sie die Konstanten λ und k .

Aufgabe 11.2. (3 + 3 = 6 Punkte)

a) Die Zerfallskonstante k von Radon 222 beträgt 3,8 Tage, das Zerfallsgesetz lautet

$$n(t) = n_0 e^{-t/k},$$

wobei $n(t)$ die Anzahl der zur Zeit t noch vorhandenen Atome ist, wenn es zur Zeit $t = 0$ n_0 Atome waren. Welche Kurve erhalten Sie bei Auftragung von $t \mapsto \ln n(t)$? (Skizze).

b) Bei zwei aufeinanderfolgenden chemischen Reaktionen werde die Konzentration c_B eines beim ersten Prozess entstehenden Stoffes B in Abhängigkeit von der Zeit gemessen ($t = 0$ bei Reaktionsbeginn). Man erhält einen Zusammenhang der Form

$$c_B = e^{-k_2 t} \left(\frac{k_1 c_0}{k_2 - k_1} \right) \left(e^{(k_2 - k_1)t} - 1 \right),$$

wobei $k_1 = 0,2 \text{ min}^{-1}$, $k_2 = 0,1 \text{ min}^{-1}$ und $c_0 = 2$ ist. Zu welchem Zeitpunkt nach Beginn der Reaktion ist die größte Konzentration von B vorhanden? Wie groß ist diese Konzentration?

Aufgabe 11.3. ($2 \times 3 = 6$ Punkte)

Bestimmen Sie die ersten und zweiten partiellen Ableitungen folgender Funktionen

a) $u(x, y) = x^4 + y^4 - 4x^3y^2$

b) $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

c) $u(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

Aufgabe 11.4. ($2 \times 3 = 6$ Punkte)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge folgender Funktionen

a) $u(x, y) = x + \sqrt{y}$

b) $u(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$

c) $u(x, y) = \sin\left(\frac{1}{xy}\right)$

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>