Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. Darya Apushkinskaya
Dipl.–Math. Oliver Schirra

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2009/10

Blatt 12

Abgabe: Freitag, 22.01.2010, bis 10:15 Uhr,
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E2 5

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer

---

Aufgabe 12.1 ($\mathbf{2+3+2=7}$ Punkte)

Sei $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x,y) := \begin{cases} xy\,\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{für} \quad (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{für} \quad (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

a) Ist f differenzierbar? (Begründen Sie Ihre Antwort).

b) Zeigen Sie, dass für die Funktion f die gemischten partiellen Ableitungen 2. Ordnung in $(0,0)$ existieren, jedoch nicht übereinstimmen.

c) Warum gilt Satz von Schwarz (Satz 40) nicht für f?

Aufgabe 12.2. ($\mathbf{2\times 3=6}$ Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x\partial y\partial z}$ für $u=e^{xyz}$

b) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ für $u=x\ln(xy)$

c) $\dfrac{\partial^{m+n} u}{\partial x^m\partial y^n}$ für $u=\dfrac{x+y}{x-y}$ $(m,n\in\mathbb{N})$

Aufgabe 12.3. (4 Punkte)

Das Volumen V und die Oberfläche O eines Kreiszylinders sind Funktionen des Radius r und der Höhe h des Zylinders:

$$V = \pi r^2 h, \tag{1}$$

$$O = 2\pi r(h + r). \tag{2}$$

Lösen Sie Gleichung (2) nach h auf, und setzen Sie das Ergebnis in Gleichung (1) ein. V ist jetzt eine Funktion von r und O. Bestimmen Sie die Ableitungen

$$\left(\frac{\partial V(r,O)}{\partial O}\right)_r \qquad \text{und} \qquad \left(\frac{\partial V(r,O)}{\partial r}\right)_O$$

Aufgabe 12.4. ($\mathbf{2 \times 3 = 6}$ Punkte)

Bestimmen Sie die Taylor–Entwicklung folgender Funktionen:

a) $f(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5 \quad \text{in } (1, -2)$

b) $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \quad \text{in } (1, 1, 1)$

c) $f(x, y) = x^y \quad \text{in } (1, 1)$ bis zur Ordnung 2

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Hompage erhältlich:

`http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/`